
É Matemática, OXENTE!

O Jornal de Matemática Olímpica

Número 37, volume 1, dezembro de 2025

ISSN 2526-8651

Editorial

Caros Leitores,

Temos a satisfação de colocar à disposição de vocês a edição de número 37 do *Jornal É Matemática, OXENTE!*. Cada nova edição carrega em si energia e entusiasmo de toda a equipe que atua na produção desse periódico, tendo sempre diante de nós todos leitores, razão de ser do nosso projeto.

O presente número apresenta na seção *artigo*, um trabalho intitulado *Sequências no ensino fundamental: uma análise curricular e olímpica*. As autoras são Tarciana Maria Santos da Silva, professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, e Tainá Bruna Maria de Queiroz, aluna do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco. No artigo, elas demonstram que diversas habilidades e competências exigidas na Base Nacional Comum Curricular estão presentes nas soluções de vários problemas propostos nas olimpíadas de Matemática.

Na seção *Curiosidade*, Kalyne Maria de Santana Príncipe aluna do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco destaca as diversas etapas por que passou o símbolo da divisão ao longo da história até a sua atual representação.

A seção *Quem pergunta, quer saber!* continua a visita ao museu Mathematikum, já familiar aos nossos leitores. Dessa vez destaca a resposta dada

a um visitante interessado em saber *se ainda resta alguma coisa a ser descoberta na Matemática*.

A *indicação de leitura* é dada pelo professor Severino Barros de Melo, do Departamento de Educação da Universidade Federal Rural de Pernambuco. O destaque é para o livro *Conceitos Fundamentais da Matemática*, escrito por Bento de Jesus Caraça, um dos importantes matemáticos portugueses do século XX. No livro, Caraça aborda conteúdos de matemática com enfoque histórico e filosófico e nisso reside a originalidade da obra.

A indispensável seção dedicada à *resolução de problemas* apresenta soluções daqueles abordados na Olimpíada Pernambucana de Matemática (Opemat-2024/segunda fase- nível 2) e propõe novos Problemas. As soluções dos problemas propostos na edição 35 foram enviadas pelo leitor Amaro José de Oliveira Filho, para quem vai nossos agradecimentos.

Na seção *eventos*, destaque para a nossa participação na XVI Semana de Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco e anúncio de alguns eventos importantes para o ano de 2026.

Com esta edição concluímos um ano de intenso trabalho em equipe, no qual cada membro do comitê editorial não deu tréguas para fazer mais e melhor em relação ao nosso projeto. Agradecemos imensamente aos nossos leitores por nos ter prestigiado durante todo esse ano e desejamos um 2026 pleno de boas energias e realizações.

Boa leitura!

Sumário

1 Artigo	2
Sequências no Ensino Fundamental: Uma Análise Curricular e Olímpica	2
2 Curiosidade	20
Um recorte sobre os símbolos de divisão ao longo da história	20
3 Indicação de Leitura	21
Conceitos Fundamentais da Matemática . . .	21
4 Quem pergunta, quer saber!	23
Atualmente ainda resta alguma coisa a ser descoberta na Matemática?	23
5 Eventos	25
6 Soluções de Olimpíadas	26
OPEMAT 2024 - 2ª Fase Nível 2	26
7 Problemas	29
8 Soluções dos Problemas	29

1. Artigo

Sequências no Ensino Fundamental: Uma Análise Curricular e Olímpica

Tarciana Maria Santos da Silva &
Tainá Bruna Maria de Queiroz

UFRPE - CEGEN - Departamento de Matemática (52171 - 90) -
Recife - PE - Brasil

Introdução

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) as sequências aparecem em grande parte da Educação Básica. O primeiro contato com as sequências é realizado ainda na Educação Infantil na qual é apresentada de forma lúdica, buscando instigar a percepção de padrões, ordens e sucessões

por meio de formas geométricas, objetos, frutas e elementos que são de conhecimento da criança.

No Ensino Fundamental Anos Iniciais, continuam sendo trabalhadas por atributos de cor, forma, medida, percepção de elementos ausentes e na introdução às sequências recursivas de números naturais. Enquanto nos anos finais, abordam a presença de sequências em outras áreas do conhecimento, as equivalências de expressões e as simbologias algébricas para expressar regularidades, além das sequências numéricas.

No Ensino Médio, são apresentadas por meio das progressões aritméticas (PA), das progressões geométricas (PG) e da sequência de Fibonacci — apresentada normalmente como uma curiosidade. Esses exemplos de sequências podem ser vistos e aplicados em nosso cotidiano, por exemplo, no intervalo de tempo entre duas Copas do Mundo, na reprodução dos coelhos, nos cálculos dos juros e na análise do crescimento populacional. Além da relevância curricular das sequências, damos destaque à importância das Olimpíadas Científicas e Matemáticas na formação dos estudantes. Conforme Top, Sahin e Almus (2015) a participação em Olimpíadas favorece uma aprendizagem mais ativa, crítica e reflexiva, gerando o engajamento escolar e desenvolvimento pessoal dos alunos.

Nas Olimpíadas de Matemática, especialmente na Olimpíada Mirim - OBMEP, o raciocínio com sequências é frequentemente cobrado em problemas que envolvem lógica, múltiplos passos e generalizações. É comum que esses desafios exijam não apenas reconhecer a natureza da sequência, mas também aplicar fórmulas ou estratégias não convencionais para encontrar o termo geral ou a soma de termos. Isso evidencia a necessidade de trabalhar esses conteúdos de maneira investigativa, fugindo da abordagem tradicional. Como afirma Skovsmose (2000), “a Matemática deve ser vista como uma atividade humana, criativa e crítica”. Assim, sequências não devem ser introduzidas apenas como fórmulas decoradas, mas como ferramentas para explorar regularidades no mundo.

No cotidiano escolar, professores podem iniciar esse estudo por meio de padrões visuais, jogos e situações-problemas que estimulem o estudante a perceber e testar hipóteses. Atividades como dobraduras ou mesmo contar figuras em desenhos recursivos são formas de inserir sequências de forma lúdica. Essa perspectiva é reforçada por Ponte et al. (2012), que defendem o ensino da Matemática como uma construção ativa, na qual o aluno formula, testa e valida suas conjecturas. Quando o estudante descobre por si o padrão de uma sequência, por exemplo, antes mesmo de ver uma fórmula, promove o aprendizado significativo. Diante disso, este trabalho busca analisar a presença do conteúdo de sequências no Concurso Canguru de Matemática do Brasil e na Olimpíada Mirim - OBMEP, com o objetivo de identificar as habilidades previstas na BNCC para o ensino desse conteúdo em diferentes etapas do Ensino Fundamental - Anos Iniciais, e verificar de que forma as Olimpíadas abordam tais conhecimentos em seus diferentes Níveis de aplicação para este público.

Fundamentação Teórica

O estudo de sequências e padrões têm um papel fundamental na formação do pensamento matemático, especialmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Segundo a BNCC, compreender padrões e regularidades contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico e para a construção do pensamento algébrico. A BNCC afirma que “a identificação de regularidades em sequências numéricas e não numéricas promove a compreensão de estruturas Matemáticas e a formulação de generalizações” (BRASIL, 2018, p. 263).

Essa abordagem está de acordo com o que apontam diversos estudiosos da Educação Matemática. Ponte, Brocardo e Oliveira (2012) destacam que a identificação e generalização de padrões unem a aritmética e a álgebra, sendo ferramentas para que os alunos avancem em direção a uma compreensão mais abstrata da Matemática. Os autores afirmam que “as atividades

com padrões servem de ponte entre a aritmética e a álgebra, permitindo o desenvolvimento da linguagem simbólica e da generalização” (Ponte et al., 2012, p. 38).

De forma semelhante, Smole e Diniz (2001) reforçam que “trabalhar com padrões e sequências desenvolve nos alunos a capacidade de observar regularidades, levantar hipóteses, generalizar e estabelecer relações, competências fundamentais para a aprendizagem Matemática” (p. 25). Isso demonstra que o estudo de sequências não deve se restringir à memorização de termos, mas sim ser encarado como um exercício de investigação e formulação de regras próprias.

Para Polya (1995), a busca por padrões é um dos pilares da resolução de problemas. O autor, ao discutir métodos investigativos, afirma que “se você não pode resolver o problema diretamente, tente examinar um caso simples e veja se descobre um padrão” (p. 13). Essa estratégia é especialmente útil nos anos iniciais, quando os alunos estão desenvolvendo suas primeiras experiências com conjecturas e validações.

Além disso, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) recomenda que os padrões sejam introduzidos desde os primeiros anos da escolaridade, por meio da exploração de representações visuais, verbais e simbólicas. O documento orienta que “as crianças devem ser encorajadas a representar, descrever e estender padrões de maneira verbal, visual e simbólica” (NCTM, 2000, p. 38), enfatizando a importância na diversidade de formas de expressão Matemática.

Skovsmose (2014) amplia esse debate ao considerar que a Matemática deve ser uma ferramenta crítica. Para ele, “a Matemática crítica propõe que o aluno desenvolva autonomia para interpretar e intervir no mundo por meio da linguagem Matemática” (p. 59). O trabalho com padrões, portanto, não deve ser descontextualizado, mas sim inserido em situações que despertem a curiosidade e promovam o pensamento autônomo.

A utilização de Olimpíadas Matemáticas

como estratégia pedagógica para aprofundar esses conteúdos tem ganhado espaço no cenário educacional brasileiro. Top, Sahin e Almus (2015) destacam que “as competições Matemáticas oferecem ambientes motivadores que estimulam tanto a criatividade quanto a profundidade do pensamento dos estudantes” (p. 209). Por meio das Olimpíadas, os alunos são desafiados a resolver problemas não convencionais que exigem raciocínio lógico, reconhecimento de padrões e formulação de estratégias.

Lorenzato (2006), por sua vez, defende que “o ensino de Matemática deve estar a serviço da compreensão e não da memorização”, e que tarefas ricas em desafios, como as propostas em Olimpíadas, contribuem significativamente para a construção de conhecimento. Malba Tahan (1996), em uma visão mais poética, reforça que “a Matemática, quando apresentada como um jogo de raciocínio, pode ser encantadora e instigante”, destacando o potencial lúdico que as sequências e padrões podem ter quando trabalhados de forma criativa.

Por fim, o ensino de sequências deve ser articulado com práticas investigativas, atividades contextualizadas e estratégias didáticas que estimulem o pensamento crítico e a autonomia dos estudantes. Ao integrar os objetivos da BNCC com propostas como o Concurso Canguru de Matemática do Brasil e a Olimpíada Mirim - OBMEP, é possível promover uma aprendizagem significativa, favorecendo o desenvolvimento do pensamento matemático desde os primeiros anos escolares.

Metodologia

Este trabalho teve início durante orientações do projeto intitulado “Uma abordagem interdisciplinar das funções exponenciais”, vinculado à Bolsa de Iniciação Acadêmica (BIA), com apoio financeiro da Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (FACEPE). Ao estudar o conteúdo de sequências, surgiu a curiosidade de como esse tema é apresentado nos anos iniciais da

Educação Básica.

Analizamos a BNCC, com o intuito de identificar as habilidades relacionadas ao ensino de sequências para cada série dos anos iniciais. Assim, identificamos as seguintes habilidades:

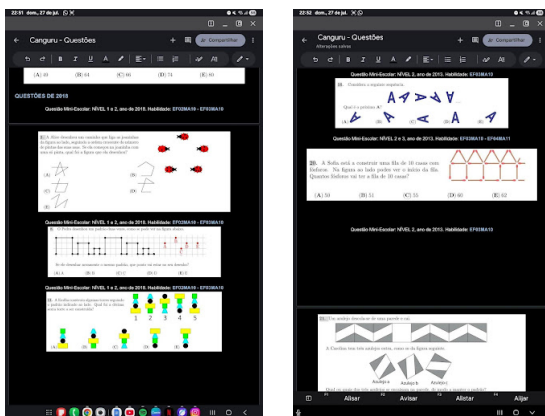
- No 1º ano, as habilidades presentes são EF01MA09: Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida. Além disso, temos a EF01MA10: Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
- No 2º ano, temos três habilidades: a EF02MA09: Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida. A EF02MA10: Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. E a EF02MA11: Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras. .
- No 3º ano do Ensino Fundamental, as sequências aparecem por meio da habilidade EF03MA10: Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
- No 4º ano temos as habilidades EF04MA11: Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural. E EF04MA12: Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por

um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Para investigar a abordagem desse tema em olimpíadas estudantis, selecionamos duas competições: o Concurso Canguru de Matemática Brasil e a Olimpíada Mirim – OBMEP. A escolha do Concurso Canguru deve-se à sua consolidação e ampla cobertura nas séries iniciais. Já a Olimpíada Mirim - OBMEP foi incluída por herdar a notoriedade e o alcance massivo da OBMEP, a olimpíada científica mais popular do Brasil. O foco da análise em ambas as competições será identificar questões que envolvam sequências, comparando as suas similaridades e diferenças.

Após isso, realizamos uma pesquisa de caráter documental. Analisamos as provas do Concurso Canguru de Matemática do Brasil dos anos de 2012 a 2025, considerando os Níveis P e E nas categorias Pre-Ecolier e Ecolier. No caso da Olimpíada Mirim - OBMEP, foram analisadas todas as edições disponíveis até o momento, nos Níveis Mirim 1 e Mirim 2, incluindo as duas fases.

Figure 1.1: Registros de seleção de questões



Fonte: Autoria própria.

Assim, selecionamos as questões com base nas habilidades previstas na BNCC para cada série escolar, atentando-se à identificação de itens que envolvessem o conceito de sequência, seja numérica, geométrica ou de padrões.

Por fim, após essa seleção, realizamos uma análise crítica das questões, observando de que forma os conteúdos propostos nas diretrizes

curriculares se relacionam com os enunciados das Olimpíadas. A análise buscou identificar o que é dito e o que é cobrado, além de observar o que difere de uma olimpíada para a outra.

Análise de Problemas Olímpicos

Definições e Propriedades

Antes de realizarmos a análise das questões olímpicas, precisamos estabelecer a base matemática que guia o conteúdo. Apesar da aplicação prática aqui ser nos Anos Iniciais, compreender a estrutura formal das sequências auxilia na identificação dos padrões exigidos nas competições.

Nesta seção, vamos rever o conceito de sequência – entendida aqui como uma função de domínio natural – e explorar seus principais comportamentos. Veremos as definições de Progressões Aritméticas (PA) e Progressões Geométricas (PG), além da Sequência de Fibonacci, muito comum em problemas de observação da natureza. Esse alinhamento teórico servirá como um guia para que, nas próximas sessões, possamos observar como esses conceitos da matemática são traduzidos em desafios lúdicos e acessíveis nas provas do Concurso Canguru de Matemática Brasil e da Olimpíada Mirim - OBMEP.

Definição 1.1. Uma sequência é uma função que relaciona cada número natural n , a um número real a_n – chamado n -ésimo termo da sequência:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto f(n) = a_n.$$

Os termos de uma sequência podem ser escritos como $f(n) = a_n$, ou seja, $f(1) = a_1$, $f(2) = a_2$, $f(3) = a_3, \dots, f(n) = a_n$, note que o objetivo de $f(n)$ é determinar a posição do termo e definir o termo geral da sequência. Vamos observar alguns exemplos:

Exemplo 1.1. Considere $n \in \mathbb{N}$ e a função:

$$\begin{aligned}x &: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ n &\mapsto n^2.\end{aligned}$$

Atribuindo valores para n , por exemplo,

$$\begin{aligned}n = 1, a_1 &= 1^2 = 1; \\ n = 2, a_2 &= 2^2 = 4; \\ n = 3, a_3 &= 3^2 = 9; \\ n = 4, a_4 &= 4^2 = 16.\end{aligned}$$

É notável que essa sequência não depende do seu primeiro termo e que não há uma razão fixa, os seus termos serão dados pelo quadrado de n . Logo, temos a seguinte sequência $(1, 4, 9, 16, \dots)$.

Definição 1.2. Uma progressão aritmética (PA) é uma sequência na qual a_1 é o seu primeiro termo, e r sua razão – determinada pela diferença de um termo pelo outro. O termo geral de uma PA é denotada por:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r.$$

Exemplo 1.2. Seja $n \in \mathbb{N}$ e dada a sequência $(1, 4, 7, 10, \dots, n)$. Ao substituirmos os dados conhecidos o termo geral dessa PA é $a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3$ ou $a_n = 3 \cdot n - 2 = 3n - 2$.

Exemplo 1.3. As sequências de Fibonacci se encontram em diversas partes da natureza, a sua construção é dada por meio da soma dos dois termos anteriores, sendo os dois primeiros termos iguais a 1, assim temos $(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots)$. Podemos denotar por:

$$\begin{aligned}F(1) &= 1, \\ F(2) &= 1, \\ F(n) &= F(n - 1) + F(n - 2), \text{ se } n \geq 3.\end{aligned}$$

Exemplo 1.4. Conhecemos as abelhas pelo seu comportamento, pela estrutura social das colméias, a rígida distribuição de tarefas entre seus membros,

mas pouco sobre sua reprodução.

Com vida sexual bastante limitada, a maioria das fêmeas de uma colmeia jamais cruzam com um macho já que, devido ao efeito da segregação de feromônios pela abelha rainha, nenhuma delas é sexualmente ativa. Nada fazem além de trabalhar. Os machos, também conhecidos como zangões, não trabalham. Sua única função é a reprodução: fecundar a abelha rainha – a única das fêmeas de uma colmeia que se mantém sexualmente ativa. Seu tamanho é quase o dobro das operárias e vive de três a seis anos.

Ao se tornar sexualmente madura, a abelha rainha, o exemplar mais saudável da colmeia, se digna a realizar uma cerimônia chamada “voo nupcial”. Sai da colmeia seguida por um grupo formado por todos os zangões adultos sexualmente maduros, ávidos pela oportunidade de fecundá-la, e voa para o alto, sempre para o alto, cada vez mais alto, obrigando os zangões a um esforço hercúleo na tentativa de alcançá-la. Essa é a maneira que a natureza encontrou para selecionar os mais aptos, os mais saudáveis, os mais fortes dentre os zangões – no intuito de alcançar a rainha, morrem centenas deles devido ao esforço despendido durante o voo nupcial. Somente alguns a alcançam, aqueles mais resistentes, portanto capazes de gerar a prole mais saudável. A eles (seis ou oito) a rainha concede a graça de seus favores conjugais e permite o acasalamento em pleno voo. O que não lhes é de grande valia já que todos morrem logo após de fecundar a rainha – seus órgãos genitais serão arrancados e permanecerão presos ao corpo da rainha.

Após o voo nupcial a rainha jamais deixará a colmeia novamente. Ela terá acumulado uma quantidade de sêmen de zangões suficiente para, ao longo de sua vida, fecundar milhares de ovos dos quais nascerão apenas fêmeas. Algumas delas, pouquíssimas, serão alimentadas por uma substância conhecida por “geleia real” e se tornarão novas rainhas. Como em uma colmeia só pode haver uma rainha, assim que estas outras atingirem

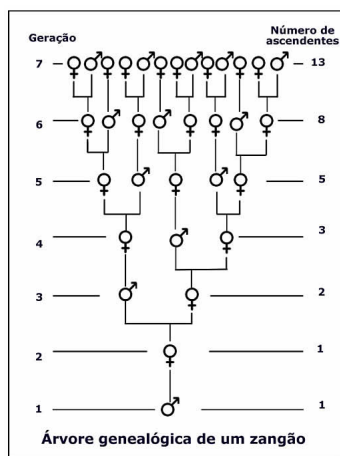
a idade adulta são expulsas juntamente com seu grupo de algumas centenas de abelhas, um enxame que sai em busca de um local propício para construir uma nova colmeia. As demais fêmeas nascidas dos ovos fecundados serão abelhas operárias que jamais produzirão ovos.

Os zangões nascem de ovos da abelha rainha não fecundados. Dessa maneira, temos que cada fêmea operária nascida de um ovo fecundado tem dois ascendentes, um macho (o zangão) e uma fêmea (a abelha rainha). Já os zangões, nascidos de ovos não fecundados, têm apenas um ascendente: sua mãe, a própria abelha rainha.

Não tendo sido fruto de um ovo fecundado, o zangão não tem pai. Tem apenas um ascendente direto, a abelha rainha que o gerou, sua mãe. Esta, sendo fêmea e portanto fruto de um óvulo fecundado, tem dois ascendentes, pai e mãe.

Seu pai, por sua vez, sendo macho, também tem apenas uma ascendente, enquanto sua mãe tem dois. O zangão se vê então na inusitada situação de ter apenas três avós: duas fêmeas e um macho. Repita este raciocínio membro a membro para cada ascendente do zangão e terá a assimétrica árvore genealógica mostrada na Figura 1.2 até a sétima geração de ascendentes (na qual se usa o símbolo convencional para “macho” e “fêmea”).

Figure 1.2: Exemplo da sequência de Fibonacci na reprodução de abelhas



Fonte: Via Internet -

<https://www.bpiropo.com.br/fpc20070319.htm>. Acesso em: 20 de junho de 2023.

A reprodução das abelhas seguem os números da sequência de Fibonacci.

Definição 1.3. Uma progressão geométrica (PG) é uma sequência numérica recorrente, composta por números reais não nulos em que o quociente entre um termo qualquer – a partir do segundo, e seu antecessor é uma constante q . Dessa maneira, podemos denotar a PG por:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1},$$

tal que a_n é o termo geral da sequência, a_1 é o primeiro termo e q é a razão da PG.

Exemplo 1.5. Ao lançarmos uma moeda temos 2 possibilidades: cara ou coroa. Se lançarmos 2 moedas distintas, teremos 4 possibilidades: (cara, cara), (cara, coroa), (coroa, cara), (coroa, coroa) e se lançarmos 8 moedas?

Solução: Perceba que essa sequência se trata de uma PG $(2, 4, 8, \dots, a_n, \dots)$ na qual os seus termos podem ser encontrados por meio da expressão: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$.

Como conhecemos os dados, basta substituir para encontrar a_8 .

$$a_8 = 2 \cdot 2^{8-1} = 2 \cdot 2^7 = 2^8 = 256.$$

Logo, para 8 moedas obteremos 256 possibilidades.

Análise do Concurso Canguru de Matemática do Brasil

O Concurso Canguru de Matemática do Brasil é uma competição internacional para estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio, que é realizada em mais de 90 países. No Brasil, é organizada pelo Instituto Canguru sem Fronteiras e tem como finalidade tornar a Matemática atrativa, estimulando o raciocínio lógico e criatividade por meio de questões de múltipla escolha, incluindo a resolução de problemas. A prova é aplicada nas escolas cadastradas, de forma impressa ou on-line, é dividida por Níveis e premia os estudantes com

certificados e medalhas segundo o desempenho do participante, estimulando o interesse pela Matemática desde os Anos Iniciais.

O Concurso possui dois Níveis que contempla o Ensino Fundamental - Anos Iniciais. O Nível P é destinado a estudantes do 3º e 4º ano, enquanto o Nível E é dedicado a alunos do 5º e 6º ano (Ensino Fundamental - Anos Finais). Ambos os níveis contam com 24 questões objetivas, cada uma apresentando cinco alternativas, das quais apenas uma é a correta.

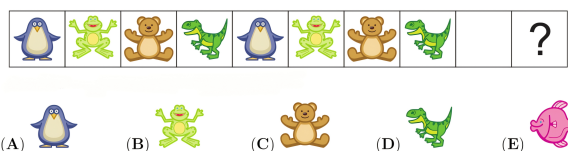
Agora analisaremos as questões que apresentam as habilidades da BNCC no Concurso Canguru de Matemática do Brasil, referente aos anos de 2012 a 2025, nos Níveis P e E. O Concurso Canguru é realizado nos meses de março e as habilidades presentes nas provas são referentes ao ano anterior.

No ano de 2012, foram analisadas cinco questões que abordam o conteúdo de sequências e atende o que está proposto na BNCC.

As questões selecionadas da edição de 2012 da Olimpíada Canguru, nos Nível P, demonstra uma forte presença de padrões numéricos e visuais, correspondendo principalmente às habilidades EF02MA09, EF02MA10, EF02MA11 e EF03MA10 da BNCC.

Problema 1 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012): O Luís construiu a seguinte sequência, utilizando pinguins, sapos, ursos e dinossauros. Que figura aparece na décima posição?

Figure 1.3: Questão selecionada



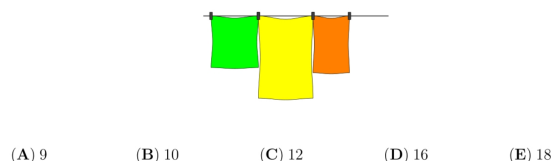
Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012.

Presente no Nível P, nessa questão os estudantes devem completar uma sequência repetitiva de figuras (pinguim, sapo, urso, dinossauro) apresentados em um padrão visual. A identificação do elemento ausente exige a observação da ordem e da repetição, caracterizando o uso da habilidade

EF02MA11. Outrossim, é que a questão exige a observação do padrão para prever o próximo termo, incorporando EF03MA10 — identificar regularidades e determinar elementos faltantes.

Problema 2 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012): O pai do João vai estender a roupa numa corda usando o menor número possível de molas, como representado na figura. Por exemplo, para estender 3 toalhas ele precisa de 4 molas. De quantas molas vai precisar para estender 9 toalhas?

Figure 1.4: Questão selecionada

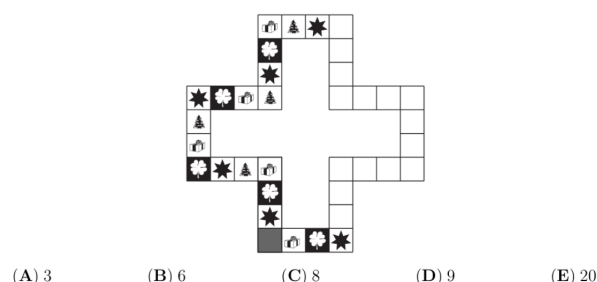


Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012.

Essa questão propõe uma sequência numérica crescente, iniciando por um número qualquer e seguindo uma regularidade de adição fixa. Como se trata de uma questão do Nível P, o foco está na construção da sequência com base no padrão apresentado, o que corresponde à habilidade EF02MA09. Além disso, a criança deve identificar a sequência (dada pela adição de um mesmo número) e determinar os termos posteriores, obedecendo o que está proposto a EF03MA10.

Problema 3 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012): O tabuleiro de um jogo é constituído por uma sequência de estrelas, trevos, presentes e árvores. O Rui entornou sumo sobre o tabuleiro fazendo desaparecer algumas imagens. Quantas estrelas estavam no tabuleiro antes do Rui entornar o sumo?

Figure 1.5: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012.

Este item se encontra no Nível P, e segue as habilidades EF02MA11 e EF03MA10. A habilidade EF02MA11, é explorada ao solicitar aos estudantes que identifiquem o padrão da sequência das figuras e em seguida conte quantas estrelas estavam no tabuleiro. Enquanto a EF03MA10, exige que os estudantes descrevam o padrão e determinem os elementos faltantes.

Problema 4 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012): A Helena escreveu a palavra CANGURU duas vezes. Quantas vezes escreveu a letra U?

Figure 1.6: Questão selecionada

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012.

Embora não se trate de uma sequência numérica, nessa questão o padrão de repetição de letras e a exigência de adição com base nessa contagem encaixam-se na habilidade EF03MA10. Uma vez que os estudantes devem observar a presença da letra U na palavra e multiplicar por 2.

De maneira geral, as questões de 2012 estão divididas entre sequências visuais e numéricas, com ênfase nas habilidades EF02MA09, EF02MA11 e EF03MA10. O uso de figuras e estruturas repetitivas favorece a construção da compreensão do conteúdo por parte dos alunos e estimula estratégias variadas de resolução — da contagem direta à antecipação de padrões.

No ano de 2013, temos as seguintes questões.

Problema 5 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013): Que tipo de quadrado aparece mais vezes na figura seguinte?

Figure 1.7: Questão selecionada

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) Todos por igual

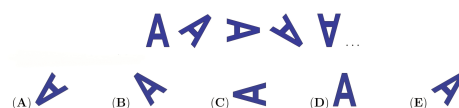
Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013.

O estudante deve observar uma sequência de quadrados com diferentes preenchimentos e

identificar qual dos padrões aparece com maior frequência, permitindo que os estudantes explorem estratégias de agrupamento. Assim, vemos que essa questão está alinhada a habilidade EF02MA10.

Problema 6 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013): Considera a seguinte sequência. Qual é o próximo A?

Figure 1.8: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013.

O enunciado contém uma sequência de letras A rotacionadas, o aluno precisa identificar a próxima posição da letra o que favorece seu desenvolvimento em múltiplas representações, dessa forma, é explorado o que está proposto na habilidade EF03MA10 cujo um dos objetivos é determinar o próximo elemento.

Problema 7 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013): Um azulejo desloca-se de uma parede e cai.

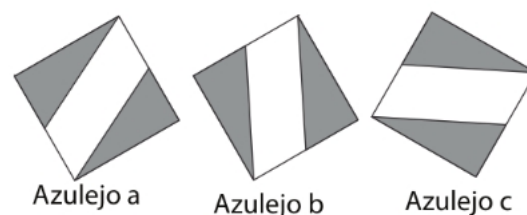
Figure 1.9: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013.

A Carolina tem três azulejos extra, como os da figura seguinte:

Figure 1.10: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013.

Qual ou quais dos três azulejos se encaixam na parede, de modo a manter o padrão?

Figure 1.11: Questão selecionada

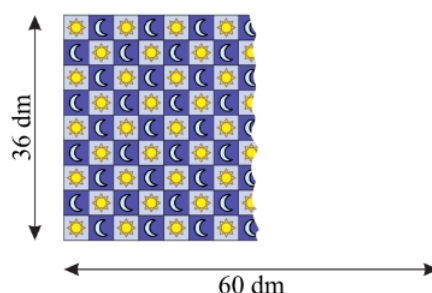
- (A) Apenas o b (B) a e b (C) b e c (D) Apenas o c
(E) Qualquer um deles

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013.

Esse item propõe que os estudantes observem o padrão presente no azulejo de parede e determinem a figura ausente, satisfazendo assim o que é proposto na habilidade EF03MA10.

Problema 8 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013): O Pedro comprou um tapete com 36dm de largura e 60dm de comprimento. O tapete possui um padrão de pequenos quadrados contendo um sol ou uma lua, como representado na figura. Podemos ver que ao longo da largura há 9 quadrados. Quantas luas podem ser vistas quando o tapete estiver totalmente desenrolado?

Figure 1.12: Questão selecionada



- (A) 68 (B) 67 (C) 65 (D) 63 (E) 60

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013.

O problema apresenta um tapete com padrão quadriculado e solicita que a criança determine quantas vezes a lua se repete ao longo do comprimento total, considerando as dimensões do tapete. A habilidade aqui presente é EF04MA11, uma vez que os estudantes devem identificar o padrão dado pelas figuras na malha, e quais os seus números naturais múltiplos.

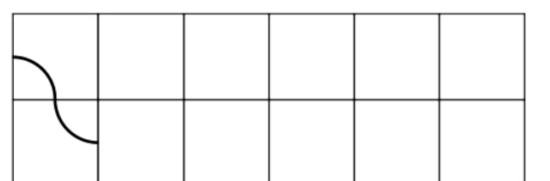
Podemos observar que as questões de 2013 do Concurso Canguru de Matemática do Brasil exploram com equilíbrio tanto sequências visuais quanto padrões numéricos, progredindo de tarefas simples a mais estruturadas. A combinação de habilidades EF02MA10, EF03MA10 e EF04MA11 mostra uma preocupação em

desenvolver gradualmente o raciocínio lógico, visual e numérico.

Em 2014, analisamos duas questões.

Problema 9 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2014): A Ana tem doze azulejos como este . Ela coloca os azulejos de modo a construir um traço contínuo. A Ana começa no lado esquerdo como representado na figura 1.13. Dentre os seguintes, qual pode ser o aspecto do fim do traço?

Figure 1.13: Questão selecionada



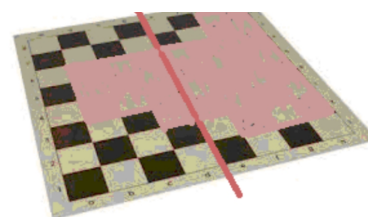
- (A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2014.

A questão se encontra no Nível P, na qual explora os padrões espaciais e visuais, exigindo que o estudante perceba a rotação sequencial dos azulejos. Há um padrão a ser seguido para que possa ser realizada a previsão do próximo elemento. Assim, as habilidades presentes são EF02MA10 e EF03MA10.

Problema 10 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2014): O tabuleiro de xadrez está danificado. Quantos quadrados pretos estão a faltar no lado direito da linha?

Figure 1.14: Questão selecionada



- (A) 11 (B) 12
(C) 13 (D) 14
(E) 15

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2014.

Essa questão se encontra no Nível P, e exige raciocínio visual e contagem baseada em padrão

alternado. O estudante deve entender a lógica do xadrez para contar quantas repetições desse padrão foram interrompidas. Dessa maneira, a questão é norteadora pelas habilidades EF02MA10 e EF03MA10.

Em 2016, aparece somente uma questão.

Problema 11 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2016): A Constança está a colocar bolas nos degraus de uma escada de acordo com o padrão indicado na imagem.

Figure 1.15: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2016.

Como é que as bolas vão ficar arranjadas no degrau com o ponto de interrogação?

Figure 1.16: Questão selecionada



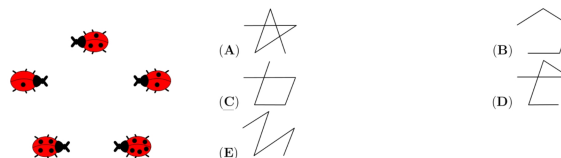
Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2016.

O enunciado apresenta dois tipos de bolas dispostas sequencialmente sobre uma escada. O estudante deve observar o padrão e prever qual será a sequência de bolas arranjadas no degrau da escada que possui a interrogação. A questão corresponde às habilidades EF02MA10 e EF03MA10. A questão de 2016 mantém o foco nas sequências repetitivas e crescentes, usando recursos visual e contextos lúdicos para abordar habilidades fundamentais. Permite que o estudante identifique padrões e determine elementos posteriores, com base em estruturas simples e acessíveis.

Em 2017, não foram encontradas questões envolvendo este conteúdo, porém a edição de 2018 trouxe três questões.

Problema 12 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2018): A Alice desenhou um caminho que liga as joaninhas da figura 1.17, seguindo a ordem crescente do número de pintas das suas asas. Se ela começou na joaninha com uma só pinta, qual foi a figura que ela desenhou?

Figure 1.17: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2018.

Nesse item é solicitado que os estudantes desenhem o caminho feito por Alice, que seguiu a sequência crescente de pintas de suas asas. Assim, essa questão segue o proposto nas habilidades EF02MA10 e EF03MA10.

Já no ano de 2020, temos a presença de uma questão.

Problema 13 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2020): O mágico Dani está a retirar brinquedos da cartola. Ele retira os brinquedos sempre seguindo a mesma ordem, como indicado na figura seguinte.

Figure 1.18: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2020.

O padrão na figura repete-se a cada cinco brinquedos. Quais são os dois brinquedos que ele retira a seguir?

Figure 1.19: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2020.

Nessa questão, o mágico retira brinquedos de uma cartola, sempre seguindo a mesma ordem. O aluno precisa identificar qual brinquedo virá a seguir com base na repetição do padrão. Dado que o padrão se repete a cada “ n ” posição. O aluno pode resolver utilizando estratégias como agrupar os elementos ou numerá-los mentalmente. Dessa maneira, temos as habilidades EF02MA10 e EF03MA10 sendo exploradas nessa questão.

Nos anos de 2017, 2022 e 2023, ao examinar as edições do Concurso Canguru de Matemática do Brasil nos Níveis correspondentes aos anos iniciais

do Ensino Fundamental, não foram identificadas questões que abordassem diretamente o conteúdo de sequências, sejam elas numéricas ou figurativas. Essa ausência pode estar relacionada à rotatividade temática das avaliações, que buscam explorar diferentes eixos da Matemática em cada edição.

Nos dois últimos anos, 2024 e 2025, o conteúdo foi contemplado com uma questão em cada ano.

Problema 14 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2024): Maomé escreveu com lápis três números consecutivos de quatro algarismos, mas alguns algarismos foram apagados por sua irmã, como mostrado: O que foi apagado, da esquerda para a direita?

Figure 1.20: Questão selecionada

(A) 389, 3, 99 (B) 489, 3, 96 (C) 489, 4, 98 (D) 489, 4, 99 (E) 488, 4, 99

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2024.

A questão acima, que se encontra no Nível P, apresenta uma sequência numérica com algarismos ausentes. O estudante deve identificar a regra de formação e a posição dos algarismos para que a sequência seja restabelecida. Desse modo, a questão está de acordo com o que é proposto nas habilidades EF02MA09 e EF03MA10.

Análise da Olimpíada Mirim - OBMEP

Criada em 2022, a Olimpíada Mirim – OBMEP é uma iniciativa inspirada diretamente na OBMEP voltada para alunos do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas e privadas. Seu principal objetivo é incluir estudantes mais novos, especificadamente os do Ensino Fundamental - Anos Iniciais (2º a 5º ano) de escolas públicas e privadas do país, na vivência olímpica, além de permitir que explorem os conceitos aprendidos em sala de aula a respeito da disciplina de matemática. É realizada nas escolas cadastradas, é dividida em dois níveis e aplicada em duas fases ao longo do ano letivo. Nessa Olimpíada todos os estudantes ganham certificado, e os destaques ganham medalhas de ouro, prata, bronze ou menção honrosa.

A Olimpíada Mirim - OBMEP é constituída

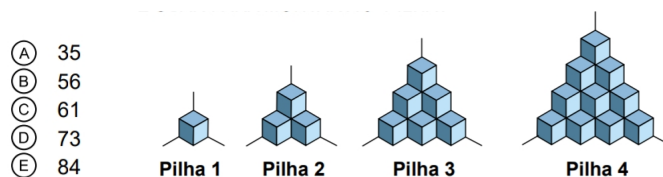
de dois níveis, ambos voltados para os alunos do Ensino Fundamental - Anos Iniciais: o Nível Mirim 1, para estudantes do 2º e 3º ano, e o Nível Mirim 2, que abrange os alunos do 4º e 5º ano. As avaliações de ambas as etapas da competição (primeira e segunda fase) são compostas por 15 questões objetivas de múltipla escolha.

As edições da Olimpíada Mirim - OBMEP analisadas apresentam a utilização dos padrões visuais, das sequências crescentes e da contagem baseada em regularidade. Em sua maioria, os itens exploram situações contextualizadas com contribuição visual, alinhando-se a habilidades como EF02MA10, EF02MA11 e EF03MA10. A seguir, analisamos questões que apresentam o conteúdo de sequências nas edições disponíveis.

Na edição que foi realizado em 2023, temos 3 questões que apresentam o conteúdo de sequências.

Problema 15 (Olimpíada Mirim - OBMEP 2023): Emiliano gosta de empilhar cubinhos no canto da sala, como mostrado na figura 1.21. Ele usa 1 cubinho na 1ª pilha, 4 cubinhos na 2ª pilha, 10 cubinhos na 3ª pilha. E assim por diante. Quantos cubinhos ele terá que usar para montar a 5ª pilha?

Figure 1.21: Questão selecionada



Fonte: Olimpíada Mirim - OBMEP 2023.

Nessa questão do Nível Mirim 2, as crianças devem com auxílio das imagens e do enunciado identificar o padrão fornecido na figura, para que consigam construir a 5ª pilha e determinar a quantidade de cubos presentes nela. Assim, essa questão está associada à habilidade EF03MA10.

Problema 16 (Olimpíada Mirim - OBMEP 2023): Valentina começou a montar uma fila com figuras geométricas, essas são as 9 primeiras figuras:

Figure 1.22: Questão selecionada



Fonte: Olimpíada Mirim - OBMEP 2023.

As figuras se repetem de 4 em 4. Quais são as próximas 3 figuras da fila de Valentina?

Figure 1.23: Questão selecionada

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)
- (E)

Fonte: Olimpíada Mirim - OBMEP 2023.

Sendo uma questão de Nível Mirim 2 presente na 1ª fase e dado o padrão das figuras, é solicitado que os estudantes identifiquem as 3 próximas figuras que aparecem na sequência. Presente no Nível Mirim 2 e fase 1, atende ao que está disposto na habilidade EF03MA10.

Dessa maneira, observamos que as questões da Olimpíada Mirim - OBMEP apresentam as questões com auxílio de um recurso visual, acessível e contextualizado. Há um predomínio das habilidades EF02MA10 e EF03MA10 nessa olimpíada, se destacando o uso de representações não numéricas para introduzir regularidades e padrões aos estudantes. Além disso, os seus enunciados são claros e favorecem a construção de estratégias pessoais, permitindo múltiplas formas de raciocínio por parte dos estudantes.

Na edição que ocorreu em 2025, temos a presença de uma questão.

Problema 17 (Olimpíada Mirim - OBMEP 2025): José deve tomar 8 comprimidos. Ele vai tomar um comprimido a cada 8 horas, começando na segunda-feira às 8 horas da manhã. Quando José vai tomar o último comprimido?

Figure 1.24: Questão selecionada

PLANEJAMENTO SEMANAL							
	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB	DOM
MANHÃ							
TARDE							
NOITE							

- (A) NA QUARTA-FEIRA DE MANHÃ.
- (B) NA QUARTA-FEIRA À TARDE.
- (C) NA QUARTA-FEIRA À NOITE.
- (D) NA QUINTA-FEIRA DE MANHÃ.
- (E) NA QUINTA-FEIRA À TARDE.

Fonte: Olimpíada Mirim - OBMEP 2025.

Essa questão se encontra na fase 1 do Nível Mirim 1, e solicita que os estudantes utilizem o padrão de 8 em 8 horas para identificar qual dia da semana o personagem tomara o 8º comprimido. Os estudantes devem ter conhecimento que um dia possui 24 horas e que se começar a contar das 00:00 o personagem consumirá 3 comprimidos nesse dia. Assim, esta questão explora o que está proposto nas habilidades EF02MA09 e EF03MA10.

Como as Olimpíadas se diferem e se assemelham

Podemos observar que as habilidades mais frequentes identificadas foram EF02MA10 e EF03MA10, que se referem ao reconhecimento e descrição de padrões repetitivos e recursivos, além disso a EF04MA11, que trata da identificação de sequências compostas por múltiplos. O Concurso Canguru de Matemática do Brasil apresentou alta frequência das habilidades EF02MA10 e EF03MA10, além de média presença da EF04MA11 e baixa da EF02MA09. Já a Olimpíada Mirim - OBMEP também apresentou alta presença da EF02MA10, mas com média frequência da EF02MA09 e EF03MA10, e baixa da EF04MA11.

Com relação às características estruturais, o Concurso Canguru de Matemática do Brasil tende a trabalhar com sequências numéricas e visuais, em geral de maneira direta e com dificuldade progressiva. Ela é aplicada tanto em escolas públicas quanto privadas, e os certificados são distribuídos de acordo com o desempenho do participante. Já a Olimpíada Mirim - OBMEP adota uma abordagem mais contextualizada, frequentemente partindo de situações do cotidiano para apresentar as sequências, e apresenta variação maior na dificuldade das questões. É voltada para escolas públicas e privadas na qual todos os

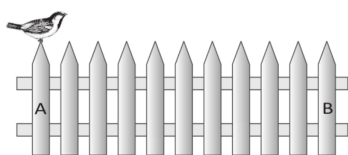
participantes recebem certificação.

Apesar de ambas as Olimpíadas valorizarem o raciocínio lógico e a identificação de padrões, a forma como as habilidades são trabalhadas diferem. O Concurso Canguru de Matemática do Brasil costuma explorar sequências de forma mais direta, com foco em padrões visuais e numéricos regulares. Já a Olimpíada Mirim - OBMEP insere essas habilidades em contextos mais desafiadores e cotidianos, exigindo do aluno a interpretação de situações-problema mais completas. Em comum, ambas promovem a autonomia intelectual, o uso de estratégias pessoais e o desenvolvimento do pensamento matemático. As duas também se alinham à BNCC, especialmente nas habilidades relacionadas a sequências e regularidades, ainda que a Olimpíada Mirim - OBMEP tenha uma abordagem mais investigativa e interdisciplinar. Essas diferenças e convergências mostram como cada olimpíada pode contribuir de maneira singular para a consolidação da aprendizagem Matemática nos anos iniciais.

Exercícios resolvidos

Problema 18 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012): O pardal Saltitão gosta de passear ao longo da cerca, saltando de estaca em estaca. O Saltitão dá 4 saltos para a frente, 1 salto para trás, novamente, 4 para a frente, 1 para trás e assim sucessivamente. Sabendo que o Saltitão demora 1 segundo em cada um dos saltos, quantos segundos precisa para ir da estaca A para a estaca B?

Figure 1.25: Questão selecionada



(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2012.

Essa questão envolve uma sequência numérica crescente com operações alternadas (adições e subtrações sucessivas por um mesmo número). No

Nível P, espera-se que o estudante construa a sequência até alcançar o ponto B indicado, de acordo com EF02MA09. Notamos também que os estudantes devem identificar a operação padrão e sua aplicação, alinhando-se à EF03MA10.

Solução: Para determinar o tempo que o pardal Saltitão leva para se deslocar da estaca A até a estaca B exige a análise do seu padrão de movimentos. O pardal avança quatro estacas e, em seguida, recua uma, repetindo este processo sucessivamente. Como cada salto consome um segundo, o número total de segundos será igual ao número total de saltos realizados.

Em um ciclo completo, o pardal realiza um total de cinco saltos (quatro para a frente e um para trás), e, nesse período de cinco segundos, ele consegue um deslocamento de três estacas.

Para descobrir o tempo necessário, analisamos o progresso em ciclos. Com dois ciclos completos, o pardal executa dez saltos, o que corresponde a dez segundos. O avanço acumulado após esses dois ciclos é de seis estacas.

O pardal, estando a seis estacas de distância de A, inicia o próximo ciclo com saltos para a frente. O décimo primeiro salto o leva a avançar uma estaca, posicionando-o na sétima estaca. O décimo segundo salto o leva a avançar mais uma estaca, posicionando-o na oitava estaca. Para que este salto de número doze o leve exatamente à estaca B, a distância entre A e B deve ser de oito estacas.

Dessa forma, o número total de saltos necessários é doze, concluindo que o pardal precisa de doze segundos para chegar à estaca B. Portanto, a alternativa correta é a C.

Problema 19 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2014): A Sara retirou metade dos rebuçados que estavam numa caixa. Depois chegou o Thiago, que escondeu metade dos rebuçados que a Sara tinha deixado na caixa. Por fim, a Clara comeu metade dos rebuçados que encontrou na caixa e ainda sobraram 6 rebuçados. Quantos rebuçados tinha a caixa inicialmente?

Figure 1.26: Questão selecionada

(A) 12 (B) 18 (C) 20 (D) 24 (E) 48

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2014.

Essa questão é do nível E e exige pensamento reverso, pois o estudante precisa voltar passo a passo até o total inicial, usando a lógica de divisão pela metade, ou seja, múltiplos de 2 repetidos em sequência. Assim, respeita o que propõe a habilidade EF04MA11.

Solução: Para determinar a quantidade inicial de rebuçados na caixa, é necessário reverter a sequência de ações realizadas por Clara, Thiago e Sara, começando pelo resultado final.

O último evento foi a ação de Clara. É dito que, após comer metade dos rebuçados que encontrou, sobraram seis rebuçados. Se seis é a metade restante, significa que a outra metade (a que ela comeu) também era de seis. Portanto, a quantidade total de rebuçados na caixa antes de Clara comer era de doze rebuçados.

O evento anterior envolveu Thiago. A quantidade de doze rebuçados encontrada por Clara corresponde à metade que Thiago deixou na caixa, já que ele escondeu a outra metade. Se doze rebuçados representam a metade que sobrou, a metade escondida também era de doze rebuçados. Assim, a quantidade total de rebuçados na caixa antes da intervenção de Thiago era de vinte e quatro rebuçados.

O primeiro evento foi a ação de Sara. A quantidade de vinte e quatro rebuçados que estava na caixa antes de Thiago agir representa a metade que Sara deixou após retirar a outra metade. Se vinte e quatro é a metade restante, a metade que Sara retirou também era de vinte e quatro rebuçados.

Conclui-se, somando a parte retirada e a parte deixada, que a caixa tinha quarenta e oito rebuçados inicialmente. Assim, a alternativa correta é a E.

Problema 20 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2015): Numa pista de corrida em linha

reta existem 11 bandeiras. A primeira bandeira está colocada no início da pista e a última está colocada na linha de chegada. A distância entre cada bandeira e a seguinte é 8 metros. Qual é o comprimento da pista?

Figure 1.27: Questão selecionada

(A) 24 metros (B) 48 metros (C) 72 metros (D) 80 metros (E) 88 metros

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2015.

Presente no Nível P a questão aborda o que se encontra na habilidade EF02MA09, na qual propõe aos estudantes construir uma sequência de números naturais em ordem crescente dada uma regularidade estabelecida. Além disso, temos a habilidade EF03MA10 na qual espera que os estudantes identifiquem regularidades em sequências ordenadas de números naturais, na qual são resultado de uma adição repetitiva de um mesmo número. Enquanto no Nível E, a habilidade EF04MA11 busca identificar o padrão em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Solução: Para encontrar o comprimento total da pista de corrida, não devemos multiplicar a distância pelo número total de bandeiras, mas sim pelo número de intervalos existentes entre elas.

O problema informa que existem onze bandeiras ao longo da pista, sendo que a primeira está no início e a última está na linha de chegada. Quando temos uma série de pontos dispostos linearmente, o número de intervalos é sempre uma unidade menor do que o número de pontos.

Portanto, o número de intervalos entre as onze bandeiras é de $11 - 1 = 10$ intervalos.

Sabendo que a distância entre cada bandeira e a seguinte é de 8 metros, basta multiplicar o número total de intervalos por essa distância para obter o comprimento total da pista.

O cálculo final é de 10×8 metros = 80 metros. A alternativa correta é a D.

Problema 21 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2015): Durante três dias o gato Jota foi apanhar ratos. Em cada dia o Jota apanhou dois ratos a mais do que no dia anterior. No terceiro

dia apanhou o dobro dos ratos que tinha apanhado no primeiro dia. No total, quantos ratos apanhou o Jota durante os três dias?

Figure 1.28: Questão selecionada

- (A) 12
(C) 18
(E) 24

- (B) 15
(D) 20



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2015.

Temos essa questão presente no primeiro Nível P, na qual segue a habilidade EF03MA10 uma vez que estimula os estudantes a identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais resultantes da ação de um mesmo número. Ainda no Nível P, a questão utiliza o que está proposto na habilidade EF04MA11, fazendo com que os estudantes identifiquem regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.

Solução: O problema envolve a contagem de ratos apanhados em três dias, seguindo duas regras de progressão. Para resolver, definimos o número de ratos apanhados no primeiro dia, que chamaremos de R_1 .

De acordo com o enunciado, o número de ratos apanhados aumenta em dois a cada dia. Assim, no segundo dia, o gato apanhou $R_1 + 2$ ratos. No terceiro dia, apanhou mais dois do que no dia anterior, totalizando $R_1 + 4$ ratos.

Além disso, o enunciado nos fornece uma condição específica para o terceiro dia: o número de ratos apanhados foi o dobro do que no primeiro dia, ou seja, $2R_1$.

Igualando as duas expressões que descrevem o terceiro dia, chegamos à equação: $R_1 + 4 = 2R_1$. Resolvendo a equação, subtraímos R_1 de ambos os lados e descobrimos que o número de ratos apanhados no primeiro dia (R_1) é 4.

Com esse valor, podemos calcular o número de ratos para os outros dias:

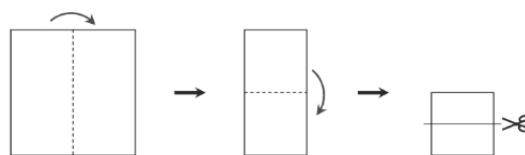
Dias	Quantidade de ratos
Dia 1	4
Dia 2	$4 + 2 = 6$
Dia 3	$6 + 2 = 8$

Por fim, somamos as quantidades dos três dias para encontrar o total: $4 + 6 + 8 = 18$ ratos.

Logo, o gato Jota apanhou 18 ratos durante os três dias. A alternativa correta é a (C) 18.

Problema 22 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2019): A Patricia dobrou uma folha de papel duas vezes e depois cortou-a, como indicado no esquema seguinte.

Figure 1.29: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2019.

Com quantos pedaços de papel ficou a Patrícia?

Figure 1.30: Questão selecionada

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2019.

A questão apresenta uma folha de papel dobrada e cortada sucessivamente. O objetivo é que os estudantes determinem quantos pedaços de papel resultam após o processo, considerando uma lógica de dobragens sucessivas. Seguindo a habilidade EF03MA10, a questão propõe aos estudantes a observação de uma sequência.

Solução: Note que para chegar a solução deste problema devemos visualizar as dobras e o corte realizado.

O primeiro passo de Patrícia é dobrar a folha de papel ao meio, na vertical. Assim, o papel tem 2 camadas. Em seguida, ela dobra o papel novamente ao meio, na horizontal. Com a segunda dobra, o papel passa a ter $2 \times 2 = 4$ camadas. O corte é feito na horizontal, no meio do papel já dobrado, e atravessa essas 4 camadas.

Para determinar o número total de pedaços, precisamos analisar como as dobras e o corte interagem ao desdobrar. O corte horizontal divide o bloco de 4 camadas em duas partes iguais: uma seção superior e uma seção inferior. Ao desdobrarmos o papel vamos ter,

- A seção superior (formada por 4 camadas que estavam empilhadas) irá se abrir em dois pedaços menores, uma vez que a dobra vertical que as une não foi cortada.
- A seção inferior (o restante da folha) também se abrirá em dois pedaços maiores, pelas mesmas razões.

Portanto, a soma das partes separadas pelo corte resulta em $2 + 2 = 4$ pedaços de papel. Assim, a Patrícia ficou com 4 pedaços de papel.

Problema 23 (Olimpíada Mirim - OBMEP 2024): Mariana estava pulando corda e contando de dois em dois. No 1º pulo ela falou – Dois. No 2º pulo ela falou – Quatro. E assim por diante. Qual foi o número que ela falou quando deu o 9º pulo?

Figure 1.31: Questão selecionada



Fonte: Olimpíada Mirim - OBMEP 2024.

A questão se encontra na 3ª edição da Olimpíada Mirim, no Nível Mirim 1 e propõe que os estudantes identifiquem o padrão de adição presente na sequência crescente que é dita por Mariana, assim os estudantes devem aplicá-lo até encontrar o termo solicitado. A habilidade aqui presente é a EF03MA10.

Solução: O problema da Mariana se baseia na contagem de números pares, começando pelo dois e avançando de dois em dois. Dessa forma, o número que ela fala em qualquer pulo é sempre o dobro do número daquele pulo.

Para encontrar o número que ela falou no nono pulo, podemos determinar a sequência numérica ou calcular o dobro do nº do pulo.

A sequência de números falados por pulo é:

Nº do Pulo	Nº da sequência
1º pulo	2
2º pulo	4
3º pulo	6
4º pulo	8
5º pulo	10
6º pulo	12
7º pulo	14
8º pulo	16

Seguindo a lógica, o número que ela falou no nono pulo é o próximo da sequência, que é 18.

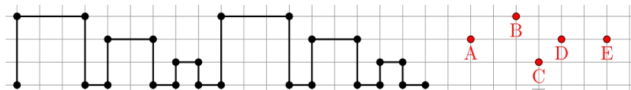
Alternativamente, aplicando a regra de que o número falado é o dobro do número do pulo, calculamos $2 \times 9 = 18$.

O número que Mariana falou no 9º pulo foi 18. Logo, a alternativa correta é a (B) 18.

Exercícios propostos

Problema 24 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2018): O Pedro desenhou um padrão duas vezes, como se pode ver na figura 1.32.

Figure 1.32: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2018.

Se ele desenhou novamente o mesmo padrão, que ponto vai estar no seu desenho?

Figure 1.33: Questão selecionada

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

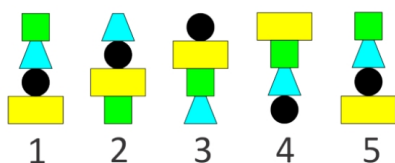
Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2018.

Os estudantes devem observar o padrão que foi repetido duas vezes, e determinar qual dos pontos presentes na malha será tocado ao repetir novamente o padrão. Presente no Nível P é seguido o que está proposto nas habilidades EF02MA10 e EF03MA10.

Problema 25 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2018): A Emília construiu algumas torres

seguindo o padrão indicado na figura 1.34. Qual foi a décima sexta torre a ser construída?

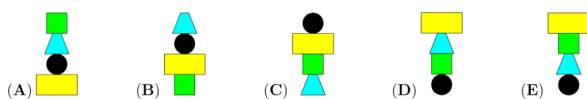
Figure 1.34: Questão selecionada



Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2018.

Qual foi a décima sexta torre a ser construída?

Figure 1.35: Questão selecionada

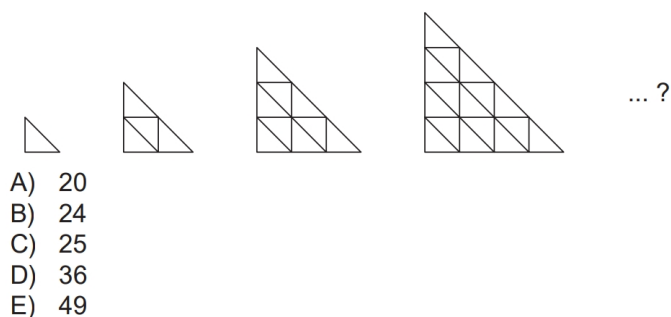


Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2018.

Os estudantes devem identificar o padrão dado pela sequência que se repete a cada 4 elementos e determinar qual será a 16ª torre formada pelas figuras. A questão é presente no Nível P e são abordadas as habilidades EF02MA10 e EF03MA10.

Problema 26 (Olimpíada Mirim - OBMEP 2019 até 2021): As figuras da sequência abaixo são formadas por triângulos pequenos. A quarta figura tem 16 triângulos. Mantendo esse padrão, quantos triângulos pequenos tem a quinta figura da sequência?

Figure 1.36: Questão selecionada



- A) 20
- B) 24
- C) 25
- D) 36
- E) 49

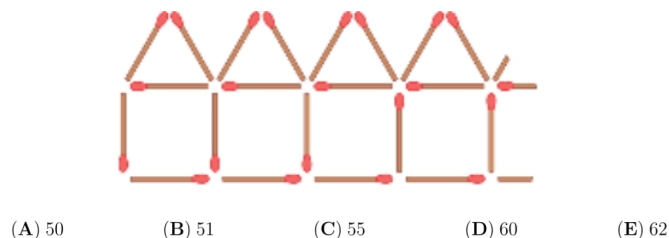
Fonte: Olimpíada Mirim - OBMEP 2019 até 2021.

Essa questão se encontra presente nas primeiras edições da Olimpíada Mirim, no Nível A e os estudantes devem identificar o padrão que é resultado de adições, com o objetivo de determinar

a próxima figura da sequência. Assim, temos a presença da habilidade EF02MA10 e EF03MA10.

Problema 27 (Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013): A Sofia está a construir uma fila de 10 casas com fósforos. Na figura 1.37 podes ver o início da fila. Quantos fósforos vai ter a fila de 10 casas?

Figure 1.37: Questão selecionada



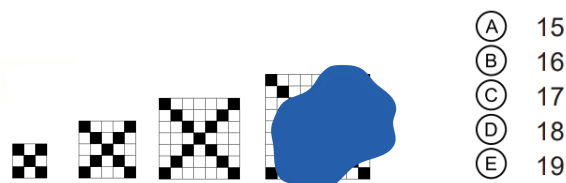
- (A) 50
- (B) 51
- (C) 55
- (D) 60
- (E) 62

Fonte: Concurso Canguru de Matemática Brasil 2013.

A questão mostra uma sequência de casas construídas com palitos de fósforo. O aluno deve identificar o número de palitos necessário para formar uma fileira de 10 casas, a observação do padrão permite que com auxílio da adição de um valor fixo os estudantes possam identificar o próximo item que atende a habilidade EF03MA10. Além disso, apresenta também a habilidade EF04MA11 que é encontrada ao identificarmos o padrão composto do múltiplo de 5.

Problema 28 (Olimpíada Mirim - OBMEP 2023): As casas das diagonais dos tabuleiros abaixo foram pintadas de preto. O tabuleiro maior está parcialmente coberto por um tecido azul. Quantos quadradinhos pretos foram pintados no tabuleiro maior?

Figure 1.38: Questão selecionada



- (A) 15
- (B) 16
- (C) 17
- (D) 18
- (E) 19

Fonte: Olimpíada Mirim - OBMEP 2023.

A questão que está na 2ª Edição da Olimpíada do Nível Mirim 2, solicita que as crianças com base em uma sequência de tabuleiros com quadrados

pintados, determinem a quantidade presente na quarta figura. Os estudantes devem observar que se trata de uma sequência crescente obtida pela adição de um mesmo valor ou múltiplo dele. O que a questão propõe corresponde à habilidade EF03MA10.

Considerações Finais

A pesquisa realizada ao longo deste trabalho evidenciou que o conteúdo de sequências está contemplado tanto na BNCC quanto nas Olimpíadas de Matemática analisadas. As questões do Concurso Canguru de Matemática do Brasil e Olimpíada Mirim - OBMEP exploram habilidades previstas na base curricular, tais como a identificação de padrões, a generalização de regras e o desenvolvimento do raciocínio lógico e algébrico, no Ensino Fundamental: Anos Iniciais.

Além de evidenciar a presença do conteúdo nas avaliações externas, este estudo mostrou que essas Olimpíadas podem ser aliadas didáticas eficazes, ao estimularem o pensamento investigativo, a autonomia intelectual e o interesse dos estudantes pela Matemática. As atividades propostas são desafiadoras, mas acessíveis, e promovem a aprendizagem de maneira significativa, confirmando o que autores como Polya (1995), Skovsmose (2014) e Ponte et al. (2012) defendem, uma Matemática exploratória, crítica e contextualizada.

A ligação entre os objetivos da BNCC e as competências exploradas nas Olimpíadas aponta para a necessidade de ampliar o uso desses instrumentos no planejamento pedagógico. Integrar esses desafios ao cotidiano escolar pode contribuir para superar práticas tradicionais de ensino, tornando a aprendizagem mais estimulante. Como limitação, destacamos o recorte das provas analisadas e o foco exclusivo nas Olimpíadas mencionadas. Pesquisas futuras podem ampliar as Olimpíadas, como a OBMEP regular, ou investigar a percepção de professores sobre o uso de sequências e padrões em sala de aula.

Portanto, conclui-se que o trabalho com sequências, quando bem planejado e articulado a

desafios matemáticos, possuem a capacidade de promover o desenvolvimento cognitivo dos alunos e ampliar suas competências Matemáticas desde os primeiros anos da Educação Básica.

Referências

- [1] ASSOCIAÇÃO CANGURU SEM FRONTEIRAS. CONCURSO CANGURU DE MATEMÁTICA BRASIL – PROVAS E SOLUÇÕES. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://WWW.OLIMPIADACANGURU.ORG.BR](https://www.olimpiadacanguru.org.br). ACESSO EM: 10 JUL. 2025. ,
- [2] BRASIL. BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR. BRASÍLIA, DF: MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2018. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://WWW.GOV.BR/MEC/PT-BR/ASSUNTOS/NOTICIAS/BNCC-BASE-NACIONAL-COMUM-CURRICULAR](https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/bncc-base-nacional-comum-curricular). ACESSO EM: 09 JUL. 2025.
- [3] FUNDAÇÃO INSTITUTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA (IMPA). OBMEP MIRIM – OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS – PROVAS E GABARITOS. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://OLIMPIADAMIRIM.OBMEP.ORG.BR/](https://olimpiadamirim.obme.org.br/). ACESSO EM: 17 JUL. 2025.
- [4] LORENZATO, SERGIO.O QUE É MESMO MATEMÁTICA?.CAMPINAS: AUTORES ASSOCIADOS, 2006.
- [5] MALBA TAHAN. MATEMÁTICA DIVERTIDA E CURIOSA. SÃO PAULO: MELHORAMENTOS, 1996.
- [6] NCTM – NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. PRINCIPLES AND STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS. RESTON, VA: NCTM, 2000.
- [7] POLYA, GEORGE. HOW TO SOLVE IT: A NEW ASPECT OF MATHEMATICAL METHOD. PRINCETON: PRINCETON UNIVERSITY PRESS, 1995.
- [8] PONTE ET AL. (SOBRE ENSINO INVESTIGATIVO): PONTE, J. P.; BROCARD, M. J.;

OLIVEIRA, H. INVESTIGAR E APRENDER MATEMÁTICA: SITUAÇÕES DO 1.º CICLO. 2. ED. LISBOA: ASA, 2012.

- [9] PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. EXPLORANDO PADRÕES. SÃO PAULO: APM, 2012.
- [10] SKOVSMOSE, OLE. UM CONVITE À EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA. CAMPINAS: PAPIRUS, 2014.
- [11] SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. A MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL. PORTO ALEGRE: ARTMED, 2001.
- [12] TOP, E.; SAHIN, O.; ALMUS, S. THE EFFECT OF PROBLEM POSING BASED ON SCAFFOLDING ON GIFTED AND NON-GIFTED STUDENTS' MATHEMATICAL CREATIVITY. EDUCATIONAL SCIENCES: THEORY & PRACTICE, [S.L.], v. 15, N. 1, P. 209–221, 2015. DISPONÍVEL EM: [HTTPS://DOI.ORG/10.12738/ESTP.2015.1.2118](https://doi.org/10.12738/ESTP.2015.1.2118). ACESSO EM: 21 JUL. 2025.

2. Curiosidade

Um recorte sobre os símbolos de divisão ao longo da história

Kalyne Maria de Santana Príncipe ¹

As ideias de números e operações matemáticas não surgiram de repente. Estas ideias vieram surgir a partir do momento em que o ser humano percebeu a necessidade de contar animais, objetos, dentre outros.

Uma das mais antigas civilizações que se tem registro é a egípcia. Além da escrita com símbolos (hieróglifos), criaram também um sistema de numeração, conjunto de símbolos e regras para resolverem seus problemas de contagem.

De acordo com Boyer 1996, (6-8) [3], os egípcios na antiguidade representavam a fração por meio de símbolos com numerador sendo o algarismo 1

e denominador sendo um número inteiro positivo, porém, nesta época, ainda não se tinha símbolos atribuídos as operações usuais conhecidas.

Os símbolos matemáticos começaram a surgir e se popularizar na Idade Média, com início na Idade Moderna. Nesta época os matemáticos perceberam a necessidade de criar símbolos para as operações usuais, pois até aquele momento da história, não se tinham símbolos para as operações, dificultando a comunicação das ideias matemáticas. Dentre essas operações, destacamos a operação de divisão. Segundo, (Soares, 31) [2], os métodos de divisão empregados na Idade Média divergiam significativamente da compreensão atual. Por exemplo, para dividir 20 por 4, utilizava-se um processo que envolvia a criação de uma tabela de duplicação do divisor até se aproximar do dividendo, somando-se então as linhas correspondentes, método que, curiosamente, é usado nas estratégias de ensino inicial da divisão para algumas crianças na atualidade.

Ao longo do tempo, diversos símbolos matemáticos foram adotados para representar a operação de divisão. A primeira forma de simbolizar a divisão, difundida por diversos povos e popularizada por matemáticos árabes medievais, foi a barra horizontal (—), que separa o numerador do denominador, como pode ser visto em [1].

Ainda de acordo com [1], o uso dos dois pontos (:), por exemplo, foi documentado em 1633 na obra “Aritmética de Johnson”. Nesta obra os dois pontos (:) foi usado com o objetivo de indicar uma fração, exemplificando, escrevia-se 3:4 para indicar a razão ou fração “três quartos”. Meio século depois, em 1698, Gottfried Wilhelm Leibniz propôs o uso dos dois pontos (:) tanto para frações quanto para a operação de divisão. Seu raciocínio era que, se o ponto representava a multiplicação, os dois pontos (:) poderiam representar a divisão. E até os dias de hoje esse símbolo é usado para representar a operação de divisão.

No mesmo século surgiu o obelus ($\div$). Esta

¹Discente de licenciatura em matemática da UFRPE e monitora voluntária do jornal É Matemática, OXENTE!

palavra vem do grego e significa “espeto” ou “vareta”, o que remete a algo pontiagudo. Símbolos pontiagudos eram usados muito antigamente para separar textos ou números. O obelus ($\div$) foi o símbolo de divisão mais comum em países de língua inglesa, introduzido pelo matemático suíço Johann Rahn em 1659, também com o objetivo de padronizar este símbolo, com foco na área de álgebra.

A barra diagonal ($/$), que surgiu no século XVIII, ofereceu uma alternativa tipograficamente mais simples à barra horizontal ($-$) de fração. Um dos primeiros a utilizá-la foi o comerciante inglês Thomas Twinings, que, além de comerciante de chás, era envolvido em matemática. Ele usou este símbolo com o propósito de simplificar a representação de divisões e frações em textos impressos e manuscritos, permitindo que a notação ficasse em uma única linha, sem a necessidade de um arranjo vertical, no início dos anos 1700.

Atualmente, tanto a barra diagonal ($/$) quanto o obelus ($\div$) são os símbolos mais utilizados em diferentes contextos matemáticos e editoriais. A prevalência e o uso desses símbolos são predominantemente definidos por questões históricas e convenções tipográficas.

É fato que houve uma longa evolução histórica, com diferentes civilizações e matemáticos usando suas próprias notações para as operações, que foram muito importantes na comunicação de ideias e no desenvolvimento do raciocínio abstrato ao longo dos anos. Diante disto, percebemos que vários matemáticos se esforçaram para torná-la o mais padronizada possível, com o objetivo unânime de difundir uma linguagem universal, precisa e eficiente.

Referências.

- [1] IMPA. Na Folha: Chá e a tipografia definiram símbolos da divisão. Disponível em: <https://impa.br/notices/na-folha-cha-e-a-tipografia-definiram-simbolos-da-divisao/>.

- [2] SOARES, João. Recurso sobre Simbologia. Disponível em: <https://Share.google/FYXK1jdkz5vyB0d0X>.
- [3] BOYER, Carl B. História da matemática, EDGARD BLUCHER LTDA, São Paulo, 1996.

3. Indicação de Leitura

Conceitos Fundamentais da Matemática

Severino Barros de Melo²

A indicação de leitura desta edição é o livro *Conceitos Fundamentais da Matemática* de autoria de Bento de Jesus Caraça. É uma leitura indispensável para todos aqueles interessados em Matemática.

Diferentemente de outras indicações desta seção, esta não é uma obra de divulgação. É um livro com conteúdos de Matemática que poderia ser referência bibliográfica em diversas disciplinas da matriz curricular num curso de Matemática. Entretanto, o que faz a diferença em relação ao mesmo assunto abordado por outros autores é a forma como o conteúdo é apresentado, propiciando ao leitor uma visão histórica e filosófica da Matemática, para além da parte técnica. Mas antes de adentrar ao livro vale à pena fazer uma breve apresentação do autor.

Figure 3.1: Foto de Caraça



Fonte: Google imagem

²Docente do Departamento de Educação da Universidade Federal Rural de Pernambuco

Bento de Jesus Caraça (1901-1948) foi um matemático português com atuação no campo da ciência, do ensino, da política e da cultura, tendo dado uma contribuição muito peculiar no implemento da Matemática portuguesa na primeira metade do século XX. De origem humilde, filho de trabalhadores do campo, recebeu apoio dos patrões de seu pai para prosseguir nos estudos.

Foi aluno do Instituto Superior de Comércio (ISC) chegando a ser professor catedrático dessa instituição que à época passou a denominar-se Instituto Superior de Ciências Econômicas e Financeiras (ISCEF); participou da criação da *Liga contra a Guerra e contra o Fascismo*; fundou com mais quatro matemáticos a *Gazeta de Matemática* e participou da criação da *Sociedade Portuguesa de Matemática* da qual foi presidente. Criou a *Biblioteca Cosmos*, uma arrojada realização com o objetivo de democratizar o conhecimento cultural e científico para o grande público.

Pouco tempo antes do seu precoce falecimento foi demitido do cargo de professor universitário por processo disciplinar e em seguida colocado em prisão domiciliar (não podia sair de casa pelo estado de saúde) por sua atuação contra o regime fascista instalado em Portugal. Faleceu em consequência de um problema cardíaco.

Como docente ministrou as disciplinas Álgebra Superior, Princípios de Análise Infinitesimal, Geometria Analítica e Cálculo das Probabilidades. Além de uma vastíssima produção no campo da ciência e da cultura, na área de Matemática escreveu *Conceitos Fundamentais da Matemática*, *Interpolação e Integração Numérica*, *Álgebra e Análise* (2 vol.) e *Cálculo vectorial*.

Algumas de suas palestras proferidas em importantes eventos foram publicadas em pequenos livros com o mesmo título da respectiva palestra. Como exemplo temos *Galileu Galilei: valor científico e valor moral de sua obra* e *Cultura integral do indivíduo: problema central do nosso tempo*.

A obra *Conceitos Fundamentais da Matemática*

foi publicada como edição completa pela primeira vez em 1951 e desde então teve várias reedições. A edição utilizada para essa indicação foi a de 1963. O livro tem 318 páginas e está estruturado em três partes abordando a evolução e o significado de números, funções e continuidade.

Na primeira parte do livro Caraça apresenta a construção dos números naturais partindo da experiência humana do ato de contar; os números racionais e irracionais são abordados com foco no problema da medida. Finaliza essa parte com os números inteiros. A segunda parte é dedicada ao conceito de função, finalizada com o estudo das equações algébricas e números complexos. A terceira parte é dedicada aos processos envolvendo os conceitos de infinitésimo e de limite.

A obra é muito interessante por vários motivos, dentre os quais pelo entrelaçamento da Matemática com a História e a Filosofia oferecendo ao leitor uma visão muito mais rica desse ramo do conhecimento. No prefácio da edição supracitada Caraça apresenta seu ponto de vista com relação à Matemática ao afirmar:

A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado, onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol nem os clamores dos homens. Isto, só em parte é verdadeiro. Sem dúvida, a Matemática possui problemas próprios, que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da ciência na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre.

Durante a leitura/estudo vem em evidência a expertise didática de Caraça, que se revela na capacidade de explicar aspectos complexos da matemática de modo a tornar o texto sempre mais compreensível para o leitor. Um exemplo disso se dá na apresentação do corte de Dedekind para a definição de número irracional.

Figure 3.2: Capa de uma edição recente



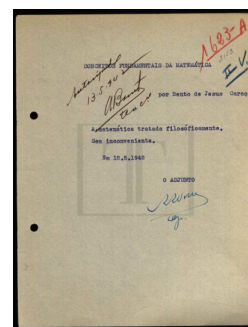
Fonte: Estante virtual

Acerca da obra em tela, Medeiros & Medeiros (2003) considera que:

O nome de Bento de Jesus Caraça constitui um marco na produção em Educação Matemática em língua portuguesa. Seu livro *Conceitos Fundamentais da Matemática* influenciou gerações de educadores e constitui-se ainda em um referencial obrigatório para todos aqueles que desejem explorar a dimensão humanística da criação matemática. As discussões conceituais, aliadas às incursões históricas e filosóficas, contidas naquela obra, inspiraram muitos educadores e continuam ainda a fazer escola.

Vale destacar o contexto no qual o livro foi publicado. Caraça estava vivendo em tempos de fascismo, uma ditadura de extrema direita com um serviço de censura rígido que opinava sobre a publicação de qualquer obra em Portugal, mesmo de conteúdo matemático. De fato, pesquisando no arquivo da Torre do Tombo (Lisboa) documentos oficiais da época, encontramos a palavra autorizado, escrita à mão pelo funcionário do governo, e datilografado a expressão “sem inconveniente”, liberando portanto a publicação do livro que estamos indicando.

Figure 3.3: Autorização da censura para a publicação do livro



Fonte: Arquivo da Torre do Tombo (Lisboa)

A repercussão do livro no Brasil foi muito positiva e aparece em diversas referências bibliográficas de artigos e pesquisas no campo do ensino da matemática e da História da Matemática, mas ainda é subaproveitado nos cursos de licenciatura em Matemática no nosso país.

Referências.

- [1] CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 4 ed. Lisboa: Bertrand (Irmãos) Lda.
- [2] MEDEIROS, Cleide Farias de; MEDEIROS, Alexandre. O Pensamento dialético de Bento de Jesus Caraça e sua concepção da educação matemática. **Ciência & Educação**, Bauru (SP), v. 9, n. 2, p. 261-276, 2003.

4. Quem pergunta, quer saber!

Atualmente ainda resta alguma coisa a ser descoberta na Matemática?

Severino Barros de Melo³

Continuamos acompanhando a curiosidade dos visitantes do Mathematikum, um museu interativo de Matemática na cidade de Giessen (Alemanha). Nessa edição voltamos a publicar perguntas feitas pelos visitantes do Mathematikum, bem como as respostas elaboradas pelo matemático Albrecht Beutelspacher, na ocasião diretor do museu.

³Docente do Departamento de Educação da Universidade Federal Rural de Pernambuco

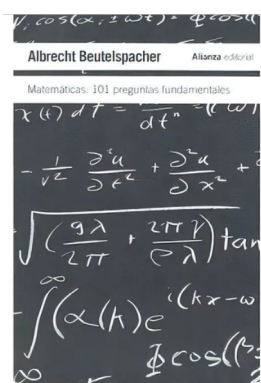
Figure 4.1: Foto do museu



Fonte: Google imagem

Algumas das perguntas foram publicadas no livro cuja foto (na tradução para o espanhol) está na figura 2. A resposta ora publicada, embora revelando o ponto de vista de Beutelspacher, é também bastante consensual entre os matemáticos. Para os leitores interessados em outras perguntas elaboradas pelos visitantes de tal museu, sugerimos consultar edições anteriores do jornal *É Matemática, OXENTE!*

Figure 4.2: Capa do Livro



Fonte: acervo do autor

Pergunta: Atualmente ainda resta alguma coisa a ser descoberta na Matemática?

Resposta:

Talvez como nenhuma outra essa pergunta é comumente feita tanto por não matemáticos como por matemáticos, embora cheguem a conclusões diametralmente opostas. Enquanto para os leigos as matemáticas se revelam como uma matéria fechada, e que no máximo, ainda que restem aspectos marginais para serem pesquisados, e nesse caso o computador desvenda tudo, os matemáticos

respondem entusiasmados: “Ainda resta uma quantidade incrível de questões a serem estudadas, e continuará sendo assim. É isso o que nos diz em teoria o teorema de Gödel, porém também a experiência prática de qualquer matemático”.

Existem muitas revistas que publicam artigos de pesquisas em Matemática. Cada artigo deve apresentar um resultado novo. A comunidade científica é inflexível a esse respeito. Cada artigo só é publicado depois de ter sido submetido à avaliação de, pelo menos, dois pareceristas, que devem responder ao menos a duas perguntas: se o trabalho apresenta algo novo e se a demonstração do novo teorema está correta. Se estas perguntas não recebem uma resposta afirmativa, o trabalho não tem nenhuma possibilidade de ser publicado.

A comunidade dos matemáticos escreve tantos trabalhos que há muitas décadas já existem as “metas revistas”; ou seja, revistas que não publicam trabalhos originais, mas somente breves resenhas de artigos já publicados.

O primeiro destes “órgãos de resenha” constituiu os *Jahrbücher über die Fortschritte der Mathematik*, que apareceram entre 1869 e 1945. Na mesma época dos *Fortschritte* foi criado em 1931 na Alemanha o *Zentralblatt für Mathematik und ihre Grenzgebiete* e em 1940 nos Estados Unidos a *Mathematical Reviews*. Seu equivalente russo chama-se Referativny Zhurnal Matemátika e existe desde 1945.

Estas revistas produzem também anualmente numerosos volumes. Nas resenhas se comentam a cada ano cerca de 100 000 trabalhos. Falando claramente: a cada ano se publicam no mínimo 100 000 novos teoremas matemáticos.

Não digo que todos esses resultados sejam importantes e venham a propiciar estudos duradouros, nem tampouco que daqui a dez anos nos recordemos de todos eles. Claro que não. Porém todos são novos.

E como cada pergunta respondida gera ao menos outra nova, não devemos nos preocupar quanto à quantidade de perguntas que faltam ser respondidas

5. Eventos

Nos dias 10 a 14 de novembro as alunas Flávia Rayanne de Freitas Paiva Vieira, Kalyne Maria de Santana Príncipe, Mariana Ferreira da Silva e Roberta Elaine Domingos de Araújo apresentaram um relato de experiência intitulado *Jornal é matemática, oxente! como meio de divulgação da matemática olímpica*.

Além desse momento tivemos uma sessão temática com autores que publicaram no jornal. Rafael Almeida Souto abordou “*Fatoração e percepção de padrões: O papel dos produtos notáveis nas Olimpíadas de Matemática*”, artigo publicado na 19ª edição, e Everton Henrique Cardoso de Lira abordou “*Equação de Pell e frações contínuas: amigas inseparáveis*” artigo publicado na 25ª edição.

Em relação a eventos programados para 2026 indicamos:

- **Programa de Aperfeiçoamento de Professores de Matemática do Ensino Médio (PAPMEM)**

- Formato: Remoto e Híbrido
- Inscrições: 10 de dezembro de 2025 a 16 de janeiro de 2026
- Data: 26 a 30 de janeiro de 2026
- Mais informações: <https://impa.br/programa/papmem-janeiro-de-2026/>

- **ESCOLA DE VERÃO 2026 do Programa de Pós-Graduação em Matemática (PPGMat) da UFPB**

- Local: Universidade Federal da Paraíba – João Pessoa - PB
- Data: 05 de janeiro a 13 de março de 2026

- Mais informações: <https://sites.google.com/academico.ufpb.br/verao-ppgmat-2026/>

- **Escola de Verão 2026 da Pós-graduação em Matemática (PGMAT) da UFC**

- Local: Universidade Federal do Ceará (Campus do Pici) – Fortaleza - CE
- Inscrições: 15 de novembro a 31 de dezembro de 2025
- Data: 09 de janeiro a 27 de fevereiro de 2026
- Mais informações: <https://pgmat.ufc.br/pt/escola-de-verao-2026/>

- **57º Programa de Verão 2026 do Departamento de Matemática da UFPE**

- Local: Universidade Federal de Pernambuco (campus Recife) – Recife - Pernambuco - Brasil
- Data: 5 de janeiro a 27 de fevereiro de 2026.
- Mais informações: <https://sites.google.com/view/verao2026>

- **Latin American Congress on Industrial and Applied Mathematics - LACIAM 2026**

- Local: Universidad Técnica Federico Santa María – Valparaíso - Chile
- Data: 19 a 23 de janeiro de 2026
- Mais informações: <https://sites.google.com/view/laciam-2026/>

- **9º Seminário do EMEP – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Educação Profissional**

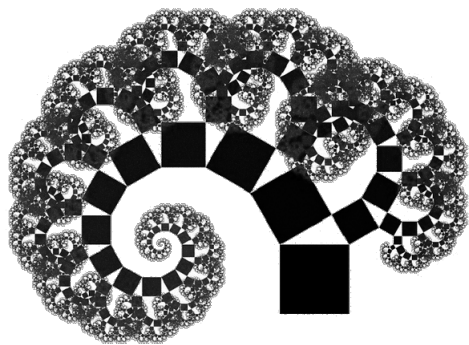
- Local: Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) – Vitória - ES
- Data: 14 de março de 2026
- Mais informações: <https://emep.ifes.edu.br/9semep>

6. Soluções de Olimpíadas

OPEMAT 2024 - 2ª Fase Nível 2

Nesta edição apresentaremos a resolução das questões discursivas e de verdadeiro ou falso da prova da Olimpíada Pernambucana de Matemática (OPEMAT) do ano de 2024 referentes ao nível 2.

Problema 6.1. As Árvores Pitagóricas são objetos fascinantes da Teoria dos Fractais, que ilustram como a matemática pode gerar figuras complexas a partir de formas geométricas simples. Esse processo criativo revela a beleza da matemática, onde simplicidade e complexidade se encontram. Um exemplo é apresentado na figura a seguir:

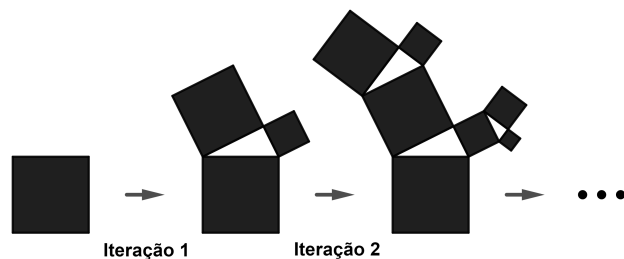


Inicialmente, temos um quadrado (tronco inicial da árvore) cujo lado mede L unidades de comprimento.

- (i) Construimos sobre o lado oposto à base do quadrado, um triângulo retângulo, tendo este lado como hipotenusa;
- (ii) Sobre cada cateto do triângulo anterior, construimos um quadrado tendo esse cateto como lado.

Para cada novo quadrado obtido, repetimos as construções descritas em (i) e (ii), considerando como base de cada quadrado os catetos obtidos na iteração anterior, de forma que os novos triângulos sobre os lados de cada novo quadrado sejam sempre semelhantes ao triângulo do item (i).

Na figura abaixo ilustramos algumas etapas do processo iterativo.



- (A) Quantos quadrados obtemos ao realizarmos 10 iterações?
- (B) Quantos triângulos obtemos ao realizarmos 20 iterações?
- (C) Qual o valor da soma das medidas das áreas de todos os quadrados obtidos ao realizarmos n iterações?

Solução.

- (A) No início temos 1 quadrado e a cada nova iteração a quantidade de novos quadrados em relação a iteração anterior é duas vezes a quantidade anterior, portanto, sendo Q_{10} a quantidade de quadrados após a décima iteração temos que

$$Q_{10} = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{10} = 2^{10+1} - 1 = 2047.$$

- (B) Perceba que a quantidade T_m de triângulos formados após a m -ésima etapa é, por construção, igual a quantidade de quadrados da etapa anterior, ou seja, $T_m = Q_{m-1} = 2^m - 1$.

$$T_{20} = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{20} - 1 = 2^{20+1} - 1.$$

- (C) Observe a figura após a primeira etapa (com três quadrados). Como o triângulo é retângulo, vale o Teorema de Pitágoras, portanto a soma das áreas dos quadrados menores é igual a do quadrado maior que é L^2 unidades. Analogamente, aplicando o Teorema de Pitágoras sucessivas vezes, conseguimos mostrar que a soma de todas as áreas dos quadrados em uma p -ésima etapa é igual a $(p+1)L^2$.

□

Problema 6.2. Os 15 membros da comissão de provas da OPEMAT estavam sentados em torno de uma mesa redonda quando, de repente, o coordenador da OPEMAT entra na sala, esbaforido, gritando:

– “Pessoal, é urgente! Temos uma demanda enorme e pouca gente para ajudar. O que faremos agora?” –

Após uma longa discussão, ele decide escolher aleatoriamente três membros da comissão de provas para auxiliá-lo nas tarefas pendentes.

De quantas maneiras ele pode escolher estes três membros de forma que pelo menos dois destes estejam sentados um ao lado do outro?

Solução. Podemos separar em dois casos, à saber: o caso em que os três membros escolhidos estão juntos e o caso em que dois deles estão juntos e outro está afastados desses dois.

No primeiro caso, basta escolher um deles. Depois, escolhemos os dois mais próximos no sentido anti horário. Podemos fazer isso de 15 maneiras.

No segundo caso, os dois que ficarão juntos escolhendo primeiro um deles e depois o outro que fica mais próximo no sentido anti horário. Isso pode ser feito de 15 maneiras. Depois, escolhemos o que fica afastado. ele não pode estar junto dos outros dois e daí teríamos $15-4=11$ maneiras de escolhe-lo. Logo, pelo princípio multiplicativo, temos $15 \cdot 11 = 165$ maneiras de fazer a escolha no segundo caso.

Como o caso 1 não pode acontecer simultaneamente com o caso 2, e eles esgotam todas as possibilidades, pelo princípio aditivo, teremos $15+165=180$ possibilidades no total. $\square$

Problema 6.3. Um número natural n é dito **JOGLIANO** quando a soma dos algarismos de n é um múltiplo de 7 e a soma dos algarismos de seu antecessor, $n - 1$, também é um múltiplo de 7. Por exemplo, 160.000 é um número **JOGLIANO** enquanto 361.004 não é. Determine o menor número **JOGLIANO**.

Solução. Seja n um número **JOGLIANO**. Considere a expansão decimal de n dada por

$$n = a_k \cdot 10^k + a_{k-1} \cdot 10^{k-1} + a_{k-2} \cdot 10^{k-2} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0,$$

para algum $k \in \mathbb{N}$, onde $a_k \neq 0$ e $a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, com $0 \leq i \leq k$.

Consequentemente,

$$n - 1 = a_k \cdot 10^k + a_{k-1} \cdot 10^{k-1} + a_{k-2} \cdot 10^{k-2} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0 - 1.$$

Seja S_n a soma dos algarismos do número n , isto é, $S_n = \sum_{i=0}^k a_i$. Supondo que $a_0 \neq 0$, temos que $S_{n-1} = a_0 - 1 + \sum_{i=1}^k a_i$. Logo, $S_n - S_{n-1} = 1$, o que contradiz o fato de n ser um número **JOGLIANO**, pois S_n e S_{n-1} são múltiplos de 7. Segue que $a_0 = 0$.

Seja j o maior índice para o qual $a_j = 0$. Então

$$n = a_k \cdot 10^k + a_{k-1} \cdot 10^{k-1} + \dots + a_{j+1} \cdot 10^{j+1}$$

Note que

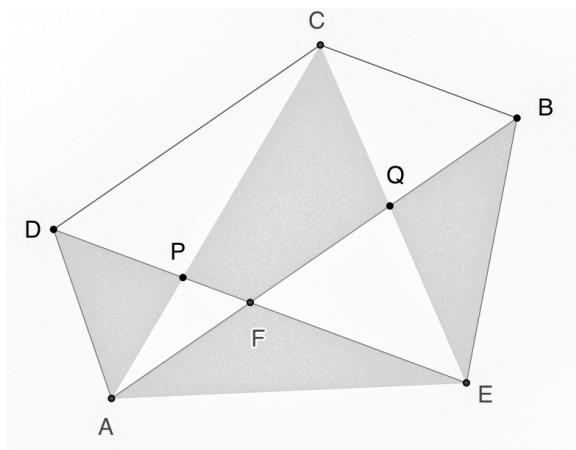
$$\begin{aligned} n - 1 &= a_k \cdot 10^k + a_{k-1} \cdot 10^{k-1} + \dots \\ &+ (a_{j+1} - 1) \cdot 10^{j+1} + \\ &+ 9 \cdot 10^j + 9 \cdot 10^{j-1} + \dots + 9. \end{aligned}$$

Daí vem que $S_n - S_{n-1} = 1 - 9j$.

Sendo $S_n = a_k + a_{k-1} + \dots + a_{j+1} + 0 + 0 + \dots + 0$ múltiplo de 7 então S_{n-1} é múltiplo de 7 se, e somente se, $1 - 9j$ é múltiplo de 7.

Portanto, o menor valor possível de j é 4 e o número n procurado é 70.000. $\square$

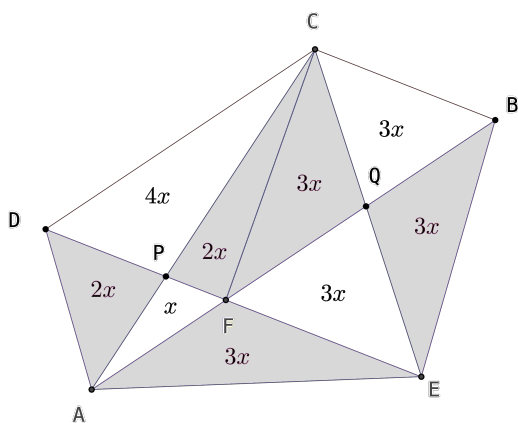
Problema 6.4. Na figura a seguir, temos um pentágono $AEBCD$ formado pela sobreposição dos trapézios $ABCD$ e $BCDE$ tal que suas diagonais AB e DE são bases dos trapézios e intersectam-se no ponto F . Ainda, a diagonal CE intersecta AB no ponto Q , que é ponto médio do segmento FB ; e a diagonal AC intersecta ED no ponto P , que satisfaz $DP = \frac{2}{3}DF$. Determine a área da região sombreada, sabendo que a área do pentágono é 24 cm^2 .



Solução. Fatos que ajudam:

$[A_1A_2 \cdots A_n]$ denota a área do polígono $A_1A_2 \cdots A_n$. Se AD é uma ceviana do triângulo ABC , então $\frac{[ABD]}{[ABC]} = \frac{BD}{BC}$ e $\frac{[ADB]}{[ADC]} = \frac{DB}{DC}$.

Em particular, uma mediana divide a área do triângulo ao meio.



Note que $BCDF$ é um paralelogramo, pois os lados opostos são paralelos. Além disso, sendo $BQ = FQ$ e $BC \parallel FE$ segue-se que os triângulos QBC e QFE são congruentes pelo critério (ALA). Daí, $FE = BC = FD$ e $BCFE$ é também um paralelogramo. Façamos $[APF] = x$. Como $PD = 2PF$, temos $[APD] = 2x$. Uma vez que F é ponto médio de DE , obtemos $[AFE] = [AFD] = 3x$.

Por outro lado, os triângulos CPD e APF são semelhantes (critério AA) de razão $\frac{PD}{PF} = 2$. Logo $\frac{[CPD]}{[APF]} = 2^2 = 4$, portanto $[CPD] = 4x$.

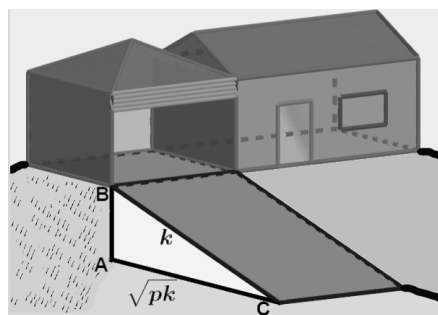
Ainda pela razão da semelhança entre os triângulos CPD e APF , temos $PC = 2PA$ e, conseqüentemente, $[CPF] = 2x$. Ademais,

considerando o paralelogramo $BCDF$, obtemos $FA = \frac{1}{2}DC = \frac{1}{2}FB = FQ$ logo, F é ponto médio de AQ e $[EFQ] = [EFA] = 3x$ (adicionalmente $AQCD$ é um outro paralelogramo). Como as diagonais do paralelogramo $BCFE$ cortam-se ao meio, implica que $[CQF] = [CQB] = [BQE] = [EQF] = 3x$. Somando as áreas de todas as regiões temos

$$[AEBCD] = 24x.$$

Com isso, $x = 1$ e a área desejada é igual 13. $\square$

Problema 6.5. O pai do π -raia está projetando uma nova rampa de acesso a garagem de sua casa conforme a figura abaixo.



Ele deseja que o comprimento k e a altura n da rampa projetada sejam números naturais. Sabendo que p é um primo ímpar, obtenha uma expressão para k dependendo de p (ou em função de p) de modo que estas condições sejam satisfeitas.

Solução. Seja $n = \overline{AB}$. Pelo Teorema de Pitágoras,

$$k^2 = n^2 + pk,$$

ou, equivalentemente,

$$k^2 - pk - n^2 = 0.$$

Pela Fórmula de Bhaskara,

$$k = \frac{p + \sqrt{p^2 + 4n^2}}{2} \quad \text{ou} \quad k = \frac{p - \sqrt{p^2 + 4n^2}}{2} \quad (1)$$

Como $k \in \mathbb{N}$, devemos ter necessariamente que $p^2 + 4n^2$ é um quadrado perfeito, ou seja, existe

$q \in \mathbb{N}$ tal que

$$q^2 = p^2 + 4n^2.$$

Logo,

$$p^2 = q^2 - 4n^2 = (q - 2n)(q + 2n).$$

Como p é primo e $p \geq 3$, temos que $q - 2n = 1$ e $q + 2n = p^2$. Consequentemente,

$$q = \frac{p^2 + 1}{2} \quad \text{e} \quad n = \frac{p^2 - 1}{4}.$$

Substituindo em (1)

$$k = \frac{p + \frac{p^2 + 1}{2}}{2} = \frac{(p + 1)^2}{4}$$

ou

$$k = \frac{p - \frac{p^2 + 1}{2}}{2} = -\frac{(p + 1)^2}{4}.$$

Portanto, como $k \in \mathbb{N}$, vem que

$$k = \frac{(p + 1)^2}{4}.$$

□

7. Problemas

Convidamos o leitor a responder alguns problemas. **Divirtam-se!!!**

Envie as soluções dos problemas propostos para o e-mail: ematematicaoriente@gmail.com

Para que apreciemos sua solução e o seu nome apareça entre os solucionadores de questões, o envio do arquivo (.tex), no modelo disponível no site, deve ser realizado até **27/02/2026**.

Problema 1. (OBM - 2008) Considere a função f , definida no conjunto dos números reais e satisfazendo $f(x) = \frac{cx}{2x+3}$ para todo $x \neq -3/2$. Determine o número de tais funções f para as quais

⁴As soluções dos problemas 1, 2 e 3 foram enviadas pelo leitor Amaro José de Oliveira Filho.

$f(f(x)) = x$, para todo x tal que $f(f(x))$ está bem definida.

Problema 2 (OBMEP - 2012). Dois trens viajam com velocidades constantes. Em comparação com o trem mais rápido, o trem mais lento demora 5 minutos a mais para percorrer 6 km e, num intervalo de 20 minutos, percorre 4 km a menos. Qual é a velocidade, em quilômetros por hora, do trem mais rápido?

- a) 21 c) 30 e) 36
b) 27 d) 33

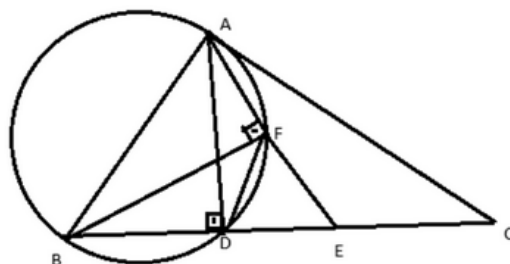
Problema 7.1 (UNEMAT - OM 2023). Em um certo dia, o Dr. Márcio solicitou que seus pacientes presentes compareçam em dias distintos para futuras consultas. O paciente A deve comparecer a cada 8 dias, o paciente B a cada 12 dias e o paciente C a cada 18 dias. Após quantos dias os três pacientes estarão no consultório no mesmo dia pela terceira vez?

8. Soluções dos Problemas

Nesta edição apresentamos as soluções dos problemas propostos da publicação **vol. 1, n. 35, julho de 2025**.

Problema 1 (OBM 2020). Seja ABC um triângulo acutângulo, e D um ponto sobre BC tal que AD é perpendicular a BC . A bissetriz do ângulo $\angle DAC$ intersecta o segmento DC em E . Seja F o ponto sobre a reta AE tal que BF é perpendicular a AE . Se $\angle BAE = 45^\circ$, calcule a medida do ângulo $\angle BFC$.

Solução. ⁴



Pelo esboço do desenho acima representando a situação do problema dado temos que o triângulo ABF é retângulo isósceles, pois o ângulo $\hat{ABF} = \hat{BAE} = 45^\circ$. Chamaremos o ângulo $\hat{BAD} = \theta$, logo o ângulo $\hat{DAF} = \hat{EAC} = 45^\circ - \theta$. No triângulo CAD o ângulo $\hat{CAD} = 90^\circ - 2\theta$, daí o ângulo $\hat{ACD} = 2\theta$.

Sabemos que o ângulo $\hat{AFB} = \hat{ADB} = 90^\circ$, então o quadrilátero $ABDF$ é inscritível e devido a isso o ângulo $\hat{ADF} = \hat{ABF} = 45^\circ$ (pois estão inscritos num mesmo arco). Como o ângulo $\hat{ADC} = 90^\circ$ e o ângulo $\hat{FDE} = \hat{ADC} - \hat{ADF} = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$, o segmento DF é bissetriz do ângulo $\hat{ADC}$ e o ponto F é o incentro do triângulo ADC (pois é o encontro de duas bissetrizes). Daí CF também é uma bissetriz do triângulo ADC e o ângulo $\hat{DCF} = \frac{\hat{ACD}}{2} = \frac{2\theta}{2} = \theta$. O ângulo $\hat{BFD} = \hat{BAD} = \theta$ (pois estão inscritos num mesmo arco).

No triângulo DFC o ângulo $\hat{DFC} = 180^\circ - 45^\circ - \theta = 135^\circ - \theta$. Concluímos que o ângulo $\hat{BFC} = \hat{BFD} + \hat{DFC} = \theta + 135^\circ - \theta = 135^\circ$. $\square$

Problema 2. (OBMEP - 2017) Somando 1 a um certo número natural, obtemos um múltiplo de 11. Subtraindo 1 desse mesmo número, obtemos um múltiplo de 8. Qual é o resto da divisão do quadrado desse número por 88?

- | | | |
|------|-------|-------|
| a) 0 | c) 8 | e) 80 |
| b) 1 | d) 10 | |

Solução. Seja x o número natural dado. Temos, pelo algoritmo de Euclides, que:

$$x + 1 = 11k_1, \quad (k_1 \in \mathbb{N}).$$

Agora, subtraindo 1 desse número temos:

$$x - 1 = 8k_2, \quad (k_2 \in \mathbb{N}).$$

Multiplicando membro a membro as igualdades obtidas, teremos:

$$x^2 - 1 = 88k, \quad (k = k_1k_2).$$

Daí,

$$x^2 = 88k + 1$$

concluindo que o resto da divisão é 1. Logo, a resposta é o item b. $\square$

Problema 3. Observe que na igualdade $360 = 90 + 120 + 150$ as parcelas são proporcionais a 3, 4 e 5. De quantas maneiras podemos escrever 360 como a soma de três parcelas inteiras, em ordem crescente, e proporcionais a três números inteiros positivos consecutivos?

- | | | |
|-------|-------|--------|
| a) 12 | c) 20 | e) 120 |
| b) 15 | d) 60 | |

Solução. Sejam as três parcelas $x < y < z$ proporcionais a inteiros consecutivos, ou seja:

$$(x, y, z) = t(n, n + 1, n + 2), \quad t, n \in \mathbb{Z}_+^*.$$

Então:

$$x + y + z = t(3n + 3) = 3t(n + 1) = 360.$$

Logo, $t \cdot (n + 1) = 120$.

Cada fatoração

$$120 = (n + 1) \cdot t, \quad \text{com } n + 1 \geq 2$$

(i.e., excluindo apenas $n + 1 = 1$) determina exatamente uma decomposição válida.

Logo, o número de maneiras é o número de divisores positivos de 120, menos 1.

Como

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5,$$

temos

$$n = (4 \cdot 2 \cdot 2) - 1 = 16 - 1 = 15.$$

Logo, a resposta é o item b. $\square$